

ISSN 0202—7933



ИТОГИ НАУКИ И ТЕХНИКИ

ФИЗИКА ПЛАЗМЫ

Том 6



Москва 1985

ГОСУДАРСТВЕННЫЙ КОМИТЕТ СССР
ПО НАУКЕ И ТЕХНИКЕ

АКАДЕМИЯ НАУК СССР

ВСЕСОЮЗНЫЙ ИНСТИТУТ НАУЧНОЙ И ТЕХНИЧЕСКОЙ ИНФОРМАЦИИ

ИТОГИ НАУКИ И ТЕХНИКИ

СЕРИЯ ФИЗИКА ПЛАЗМЫ

Том 6

Редактор В. Д. Шафранов

Серия издается с 1980 г.



МОСКВА 1985

1—7320

Главный редактор информационных изданий ВИНТИ
профессор *А. И. Михайлов*

Главный редактор серии академик *Б. Б. Кадомцев*

РЕДАКЦИОННАЯ КОЛЛЕГИЯ

информационных изданий по физике

Главный редактор — академик *Б. Б. Кадомцев*

Члены редакционной коллегии:

канд. физ.-мат. наук *В. Е. Асрибеков* (зам. главного редактора),
канд. физ.-мат. наук *О. М. Атаев*, чл.-корр. АН СССР *А. М. Афанасьев*,
д-р физ.-мат. наук *С. А. Ахманов*, канд. физ.-мат. наук *О. Н. Бокша*,
чл.-корр. АН СССР *Ф. В. Бункин*,
Н. В. Илларионов (ученый секретарь редколлегии),
д-р физ.-мат. наук *А. И. Карчевский*, д-р физ.-мат. наук *Б. С. Непорент*,
чл.-корр. АН СССР *Л. Б. Окунь*, канд. физ.-мат. наук *Я. А. Пяста*,
д-р физ.-мат. наук *В. Б. Сандомирский*,
чл.-корр. АН СССР *В. Д. Шафранов*

ОТ РЕДАКТОРА

Шестой и седьмой выпуски ИНТ «Физика плазмы» предполагалось вначале выпустить в виде одного тома, целиком посвященного проблеме управляемого термоядерного синтеза на основе магнитного удержания. Однако по причинам издательского характера весь материал пришлось разделить на две части.

В настоящее время достигнут такой уровень исследований по физике высокотемпературной плазмы, который позволяет со всей серьезностью ставить на повестку дня вопрос о создании термоядерного реактора на основе токамака. Задача эта сложная, требует больших усилий. Поэтому неизбежно приходится обращаться к вопросу о необходимости термоядерной энергетики, сроках и темпах ее развития. В первой статье шестого сборника, написанной академиком Б. Б. Кадомцевым и профессором В. В. Орловым, как раз и обсуждается роль управляемого синтеза в энергетике будущего.

В качестве основы термоядерного реактора сейчас рассматривается система токамак. С момента выхода обзорной статьи В. С. Муховатова «Токамаки» в первом томе данной серии (1980 г.) получено много новой информации о физике удержания плазмы в токамаках, подтверждающей работоспособность этих систем. Наиболее впечатляющие результаты связаны с экспериментами на серии крупных токамаков. Их анализу посвящена статья Б. Б. Кадомцева «Физика плазмы крупных токамаков».

Успехи в исследованиях нагрева и удержания плазмы в токамаках привели в ряде стран к разработке в качестве одного из очередных шагов в УТС исследовательского термоядерного реактора. Обсуждению соответствующих проблем посвящена статья В. В. Орлова «Энергетический термоядерный реактор».

В шестой том включена также статья доктора физико-математических наук Л. М. Дегтярева, написанная совместно с кандидатами физико-математических наук В. В. Дроздовым и С. Ю. Медведевым, «Численное моделирование равновесия и устойчивости тороидальной плазмы». В ней идет речь о расчетах предельного давления плазмы, допускаемого условиями равновесия и устойчивости — это вопрос принципиальной важ-

ности, так как допустимое давление определяет экономичность реактора-токамака. Авторами разработана эффективная программа численных расчетов, позволившая определить оптимальные форму плазменного шнура и распределение давления плазмы и плотности тока в токамаках, а также проработаны подходы и к исследованию более сложных тороидальных систем—стеллараторов.

В седьмом томе серии помимо рассмотрения состояния исследований по тем направлениям магнитного УТС, которые после токамаков получили наибольшее развитие, будет помещена также еще одна статья по токамакам, касающаяся, главным образом, их теоретической основы.

Оба тома рассчитаны как на специалистов в области физики высокотемпературной плазмы, так и на более широкий круг научных работников, студентов старших курсов и аспирантов, соприкасающихся с физикой плазмы и проблемой термоядерного синтеза.

В. Д. Шафранов

ТЕРМОЯДЕРНЫЙ СИНТЕЗ И АТОМНАЯ ЭНЕРГЕТИКА

Б. Б. Кадомцев, В. В. Орлов

О Г Л А В Л Е Н И Е

1. Введение	5
2. Термоядерные реакции	9
3. Воспроизводство трития и топливные ресурсы	14
4. Радиационная опасность	19
5. Экономика и технические проблемы термоядерных реакторов	22
5.1. Первая стенка	26
5.2. Откачка плазмы	29
6. Гибридный реактор синтеза-деления	31
7. Заключение	36

1. ВВЕДЕНИЕ

В 1954 г., немногим более тридцати лет тому назад в Обнинске состоялся пуск Первой АЭС, положившей начало ядерной энергетике.

В те годы И. В. Курчатов и другие основоположники ядерной энергетике, исходя из общих представлений об ограниченности топливных ресурсов и желания обратить на пользу людям достижения военной ядерной технологии, со свойственным им размахом развернули работы по реакторам разных типов, собрав вокруг себя молодежь и зажегши ее энтузиазмом, не угасающим и по сей день. Были начаты разработки не только реакторов на тепловых нейтронах с водяным охлаждением, составивших основу современной ядерной энергетике, но и реакторов на быстрых нейтронах, а также исследования по управляемому термоядерному синтезу (УТС).

В ходе этой работы кроме Первой АЭС впервые в мировой практике были созданы мирные атомные суда, промышленные быстрые реакторы, развиты концепции УТС. Все это стало предметом нашей национальной гордости.

Вполне правомерен вопрос, не преждевременными ли были эти усилия? Ведь это были годы высоких темпов развития энергетике страны на основе бурного роста добычи нефти, границы которого осознавались лишь в чисто теоретическом плане. Не сформировались еще представления о масштабах вредного воздействия энергетического производства на окружающую среду.

Но прошло 20—30 лет, и проблемы, связанные с приближением к границам топливных и других традиционных ресурсов Земли из чисто умозрительных становятся фактами сегодняшней экономики. Стало ясным, что уже ближайшие, а тем более дальние перспективы энергетики не могут быть обеспечены без все более широкого привлечения ядерных топлив.

В новых условиях с учетом крайней инерционности топливно-энергетического хозяйства по отношению к новой технике, что наглядно демонстрируется ходом развития самой ядерной энергетики, заблаговременное решение предвидимых проблем будущей энергетики на основе долговременных программ становится правилом нашей жизни. Урок дальновидности, преподанный нашими учителями, оказался крайне своевременным.

Наряду с чрезвычайно важными текущими задачами перед ядерной энергетикой встает задача подготовки к новому ее этапу — переходу в следующем веке к преимущественно ядерной энергетической технологии, что не может быть сделано путем лишь количественного наращивания мощностей реакторов современного типа. Масштабы будущей ядерной энергетики и расширение области ее применения [1] потребуют и реакторов новых типов и решения ряда крупных проблем, из которых можно выделить две наиболее фундаментальные:

- долговременное обеспечение энергетики ядерным топливом;
- предотвращение радиоактивного загрязнения среды.

Заметим, что представление о фундаментальной важности обеих проблем возникает не прямо из опыта современной ядерной энергетики, а лишь из размышлений над ее будущим. Ее нынешнее развитие сдерживается отнюдь не дефицитом дешевого урана, а опыт ядерной энергетики мира, измеряемый примерно 3 тысячами реакторо-лет, говорит, наоборот, о значительном снижении вредного воздействия на среду по сравнению со сжиганием обычных топлив.

Тем не менее, отсутствие радикальных практических решений этих проблем в расчете на длительную перспективу оказывает хотя и не прямое, но сильное косвенное сдерживающее влияние на развитие ядерной энергетики.

Оценки указывают на вероятность возникновения дефицита дешевого урана в начале следующего века. Радикальное решение проблемы состоит в переходе на бридинг ядерного горючего и поэтому создание быстрых бридеров с высоким воспроизводством, а также производств замкнутого топливного цикла составляет ближайшую из ядерно-энергетических задач долгосрочного плана.

Что касается пределов развития ядерной энергетики деления со стороны радиационной опасности, то они, вероятно, более далеки, и здесь нет столь же определенных оценок хотя бы уже потому, что пока нет столь обширного, как по реакторам,

опыта переработки облученного топлива и обращения с большими массами радиоактивных отходов.

Нет сомнений, что известными техническими средствами радиоактивные выбросы на всех стадиях топливного цикла могут быть снижены до безопасных уровней. Но с ростом масштабов будут ужесточаться и сами требования безопасности и неясно, как это скажется на экономике, играющей в конечном счете решающую роль в выборе способов производства энергии.

Кроме того, совершенствование средств защиты здесь, как и в других областях техники, основывается на сочетании аналитической и экспериментальной работы с практическим опытом, накапливаемым в результате проб и ошибок. Но ошибки, пусть даже редкие и маловероятные, могут иметь роковое влияние на судьбы ядерной энергетики.*)

По этим причинам слишком далекая экстраполяция благоприятного в экологическом отношении опыта на миллионы реакторо-лет, которые должна будет выработать ядерная энергетика в следующем веке, не имеет надежных оснований.

Эти соображения объясняют возрастающие усилия, которые направляются многими странами на овладение управляемым термоядерным синтезом, обладающим принципиальными возможностями резкого снижения, а в пределе, возможно, почти полного исключения радиационной опасности при производстве ядерной энергии. Как и бридеры деления, термоядерные реакторы позволяют вовлечь в энергетiku практически неограниченные топливные ресурсы. Кроме того, в варианте гибридного реактора синтеза-деления термоядерные реакторы на первом этапе смогут послужить эффективными бридерами для обеспечения горючим реакторов деления.

Проблема создания термоядерных реакторов, вопреки надеждам первых лет, оказалась гораздо более сложной по сравнению с реакторами деления. Существенно нелинейные плазменные процессы, связанная с этим сложность эксперимента, требующего вложения в плазму высоких удельных мощностей реакторного уровня (сравните с реакторами деления, физика которых изучается на установках «нулевой мощности» масштаба Вт), сложная и новая для массовой энергетики техника (вакуумная, криогенная, лазерная, ускорительная, высокочастотная, сверхпроводники и т. д.) — все это обусловило примерно 40-летнее отставание УТС от реакторов деления и будет сказываться и на последующих этапах работы.

Тем не менее к настоящему времени принципиальные физические проблемы создания термоядерного реактора можно считать в первом приближении решенными, во всяком случае для

*) Так, известная крупная авария реактора на АЭС в Гаррисберге в 1977 году, несмотря на отсутствие опасных радиоактивных выбросов и демонстрацию тем самым надежности защитных средств, до сих пор оказывает сдерживающее влияние на развитие ядерной энергетики в США.

схемы токамак.*) Достигнуты (правда, порознь) близкие к реакторным параметры плазмы: высокие температуры $T \sim 10$ кэВ, плотность $n \sim 10^{14}$ см $^{-3}$ и отношение газокINETического давления к давлению магнитного поля $\beta = 5,0\%$, Лоусоновский параметр удержания $n\tau_E \approx 4 \cdot 10^{13}$ с·см $^{-3}$, лишь на порядок меньше необходимого для зажигания. Экстраполяция плазменных параметров на условия реактора может быть теперь выполнена с известной надежностью. Определены условия, предотвращающие крупномасштабные неустойчивости плазмы, за исключением «неустойчивости срыва». Но редкое появление этой неустойчивости в экспериментах (примерно 1 срыв на 1000 импульсов) позволяет рассчитывать на возможность в дальнейшем ее исключения или, по крайней мере, снижения вероятности.

В ближайшие несколько лет с пуском серии крупных токамаков TFTR (США), IET (Западная Европа), IT-60 (Япония), T-15 (СССР) будут проведены демонстрационные эксперименты и уточнены плазменные закономерности непосредственно вблизи реакторных условий. Эксперименты на физических установках сопровождаются и развитием техники, необходимой для энергетического реактора: вакуумные, криогенные и магнитные системы, в том числе сверхпроводящие, электропитание, средства нагрева и диагностики плазмы и т. д.

Изучение токамаков в настоящее время заметно опережает работы по другим схемам УТС как с магнитным, так и с инерционным удержанием плазмы. Но и по альтернативным направлениям наблюдается быстрый прогресс, в первую очередь — по открытым ловушкам, стеллараторам, системам импульсного действия с лазерным и пучковым иницированием.

Тем самым программа УТС вступает в новую стадию, связанную с разработкой и созданием энергетических термоядерных реакторов. Расчетное и конструкторское изучение разных концепций энергетических реакторов синтеза проводится уже длительное время, оно позволило сформировать общие представления о таких реакторах и выявить характер встающих на этом пути проблем. Это изучение указало на ряд серьезных трудностей, связанных не только с физикой плазмы и специфической для УТС техникой, но и со стороны, казалось бы, традиционной техники, где можно использовать опыт реакторов деления: радиационная стойкость материалов, тритиевая технология, бланкет для утилизации нейтронов и защиты магнитов и т. д. Наиболее рациональным и экономным путем решения всех этих задач, как показывает и опыт реакторов деления, является не работа над большим числом разрозненных проблем, а концентрация усилий на разработке и создании

*) Обзор современного состояния физики токамака можно найти в работе [2].

опытного энергетического термоядерного реактора (будем для краткости называть его ОТР).

Цели ОТР состоят в накоплении опыта разработки, строительства и эксплуатации, в проверке и дальнейшем совершенствовании основных технических решений, в создании экспериментальной базы и подготовке кадров для последующей работы над промышленным термоядерным реактором.

Работа над ОТР ведется во многих странах уже несколько лет и займет еще длительное время, не менее 10 лет. Выполнен ряд предварительных проектов ОТР-токамак, например, Т-20 в СССР.

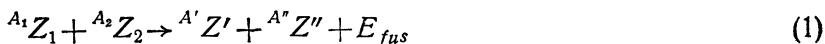
В течение 4-х лет совместными усилиями СССР, США, Зап. Европы и Японии под эгидой МАГАТЭ ведется разработка международного проекта ИНТОР [3], сочетающаяся с работой над национальными проектами.

К настоящему времени принципиальные проблемы устойчивости, равновесия плазмы и удержания энергии в токамаке можно считать в первом приближении решенными, необходимые уточнения будут получены в экспериментах ближайших нескольких лет. Тем самым центр тяжести работ по программе УТС сдвигается в сторону научных и технических проблем, непосредственно связанных с созданием энергетического термоядерного реактора.

Остановимся на некоторых сторонах энергетического использования термоядерного синтеза и на его роли в ядерной энергетике будущего.

2. ТЕРМОЯДЕРНЫЕ РЕАКЦИИ

Энергия связи нуклонов в легких ядрах в среднем растет с увеличением их атомного веса A , поэтому существуют десятки ядерных реакций синтеза



с положительным энергетическим выходом E_{fus} . Одним из экзотических, но физически очень ясных способов преодоления кулоновского барьера для осуществления ядерного взаимодействия (1) между ядрами ${}^{A_1}Z_1$ и ${}^{A_2}Z_2$ состоит в образовании мезомолекул (μ — мезонный катализ реакции синтеза). Обнаруженный теоретически [4] и подтверждаемый экспериментально резонансный механизм образования D—T— μ -молекул позволяет рассчитывать на получение за время жизни μ -мезона около 100 D—T-реакций и на положительный энергетический баланс, но лишь в сочетании с реакциями деления и глубокого расщепления тяжелых ядер быстрыми частицами [5].

Более прямой путь (термоядерный синтез) состоит в разогреве реагирующей среды до плазменных температур $T \approx 10$ —

100 кэВ и поддержании этой температуры в течение времени, достаточного для сгорания заметной доли топлива. В одних схемах (микровзрывы или инерционное удержание плазмы) это время определяется разлетом мишеней, сжатых с помощью пучков лазерного света или ускоренных частиц. В других удержание плазмы и подавление конвективных и теплопроводностных энергетических потерь обеспечивается сильными магнитными полями, не снижающими, однако, потери энергии с нейтронами и излучением. Нейтроны, рождающиеся в некоторых из реакций (1), имеют малые сечения взаимодействия с ядрами $\sigma_n \sim 10^{-24}$ см², так что в практических случаях оптическая толщина $na\sigma_n$ плазмы с линейными размерами a и плотностью ионов n оказывается малой ($na \ll 10^{24}$ см⁻²). Энергия нейтронов E_n практически полностью выносится из плазмы и выделяется в окружающую камеру реактора бланкете. Поддержание же температуры плазмы обеспечивается лишь заряженными продуктами реакции с энергией $E_c = E_{fus} - E_n$. Удельная мощность тепловыделения в плазме за счет заряженных частиц

$$W_c = n^2 \cdot \varepsilon_1 \cdot \varepsilon_2 \cdot \langle v \sigma_{12} \rangle \cdot E_c, \quad (2)$$

где $n = n_1 + n_2$, $\varepsilon_1 = n_1/n$, $\varepsilon_2 = n_2/n$, σ_{12} — сечение реакции (1). Оптическая толщина плазмы оказывается малой и для излучения электронов, тормозящихся в кулоновском поле ионов, удельная мощность которого

$$W_T \sim n^2 (\varepsilon_1 Z_1 + \varepsilon_2 Z_2) (\varepsilon_1 Z_1^2 + \varepsilon_2 Z_2^2) \left(\frac{T}{mc^2} \right)^{1/2}. \quad (3)$$

В системах с магнитным удержанием потери связаны и с циклотронным излучением электронов в магнитном поле B

$$W_M \sim n^2 (\varepsilon_1 Z_1 + \varepsilon_2 Z_2) [\varepsilon_1 (Z_1 + 1) + \varepsilon_2 (Z_2 + 1)] \frac{K(\Lambda)}{\beta} \left(\frac{T}{mc^2} \right)^2, \quad (4)$$

где $\beta = \frac{p}{B^2/8\pi}$ — отношение газокINETического давления плазмы $p = n \cdot T [\varepsilon_1 (Z_1 + 1) + \varepsilon_2 (Z_2 + 1)]$ к давлению магнитного поля (величина β определяет условия равновесия и устойчивости плазмы и для разных схем удержания достигает значений от нескольких процентов до 1).

Циклотронное излучение частично поглощается плазмой и отражается от стенок камеры, что учитывается зависящим от оптической толщины Λ коэффициентом $K(\Lambda)$, находящимся в типичных случаях в районе 10%. Для горения реакции с заметным выходом необходимо, как минимум, выполнение условия

$$W_c \geq W_T + W_M. \quad (5)$$

Температура плазмы, соответствующая этому условию, характеризует минимальную температуру зажигания термоядерной реакции.

Но энергетический баланс термоядерного горения зависит и от потерь энергии по другим каналам, прежде всего за счет теплопроводности и конвекции.

Если характеризовать энергетические потери по этим каналам, зависящим от размеров, временем удержания энергии $\tau_E(a)$, то соответствующая мощность потерь

$$W = \frac{3}{2} \frac{[\varepsilon_1(Z_1 + 1) + \varepsilon_2(Z_2 + 1)] n \cdot T}{\tau_E(a)}. \quad (6)$$

При выполнении условия (5), но при $W_c < W_T + W_M + W$ длительное горение реакции возможно лишь при его поддержании внешним источником с удельной мощностью

$$\mathcal{P} \approx W_c - (W_T + W_M + W).$$

В этом случае энергетический баланс реакции характеризуется коэффициентом усиления мощности источника

$$Q = \frac{(E_{fus}/Ec) \cdot W_c}{\mathcal{P}} = Q_\infty \cdot \frac{n\tau_E}{(n\tau_E)_0 - n\tau_E}, \quad (7)$$

где

$$Q_\infty = \frac{(E_{fus}/Ec) \cdot W_c}{W_c - (W_T + W_M)},$$

$$(n\tau_E)_0 = \frac{\frac{3}{2} [\varepsilon_1(Z_1 + 1) + \varepsilon_2(Z_2 + 1)] \cdot T}{\varepsilon_1 \varepsilon_2 \langle v \sigma_{12} \rangle E_c - \frac{1}{n^2} (W_T + W_M)}. \quad (8)$$

Иногда в качестве «параметра удержания» используется величина

$$p\tau_E = [\varepsilon_1(Z_1 + 1) + \varepsilon_2(Z_2 + 1)] \cdot T \cdot n\tau_E.$$

Достижение термоядерного выхода, близкого к вложенной в плазму энергии ($Q \approx 1$), рассматривается в качестве ближайшей цели экспериментов по УТС, оно продемонстрирует физическую осуществимость термоядерной реакции.

Практическое использование УТС связано, разумеется, со значительными дополнительными затратами и потерями энергии и поэтому требует выполнения условий $Q \gg 1$, вплоть до осуществления самоподдерживающегося термоядерного горения при

$$n\tau_E \geq (n\tau_E)_0 \quad \text{или} \quad p\tau_E \geq (p\tau_E)_0. \quad (9)$$

Для схем импульсного действия, где $\tau_E \sim a/c_s$ (c_s — скорость звука в материале мишени), условие (9) может быть заменено условием

$$\rho a \geq (n\tau_E)_0 \cdot c_s \cdot \frac{\varepsilon_1 A_1 + \varepsilon_2 A_2}{6 \cdot 10^{23}}, \quad (10)$$

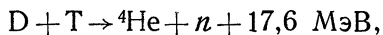
где ρ (г/см³) — плотность мишени.

Температура плазмы T_0 , при которой $(p\tau_E)_0$ достигает минимума, является оценкой, оптимальной для той или иной реакции температуры, при которой самоподдерживающееся горение обеспечивается при минимальном давлении плазмы $p \sim nT$, минимальном магнитном поле $B \sim \sqrt{\frac{p}{\rho}}$ или минимальных ее размерах a .

Условия (9) или (10) служат аналогом критических условий для реакторов деления, но относятся, в отличие от цепной реакции деления, к балансу энергии, а не частиц. Температура T_0 и параметр удержания $n\tau_E$ (или $p\tau_E$) служат критериями приближения плазмофизических экспериментов к условиям энергетического реактора.

На рис. 1 для нескольких реакций синтеза приведены зависимости $1/n^2 \cdot W_c(T)$, а также $1/n^2 W_T(T)$ и $1/n^2 W_M(T)$.

Рис. 1 указывает, прежде всего, на уникальные свойства реакции



$$E_c = 3,5 \text{ МэВ}, \quad E_n = 14,1 \text{ МэВ}. \quad (11)$$

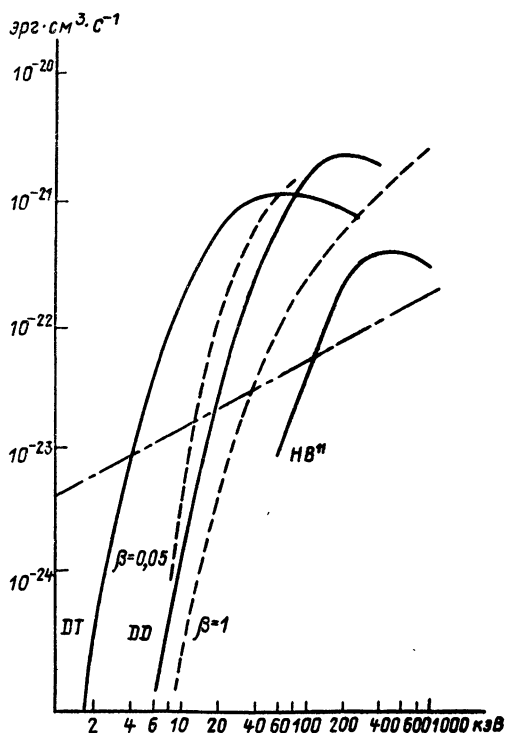


Рис. 1. Энергетический баланс термоядерных реакций
 — W_c , --- W_M , - · - · W_T

Положительный энергетический баланс здесь может быть получен уже при температуре $T \approx 5$ кэВ, а оптимум по $\rho\tau_E$ достигается при $T_0 \approx 15$ кэВ (при этом $(n\tau_E)_0 = 2 \cdot 10^{14}$ см⁻³·с, $(\rho\tau_E)_0 = 6 \cdot 10^{15}$ кэВ см⁻³·с).

Значительный запас в энергетическом балансе позволяет осуществить самоподдерживающееся горение в системах относительно небольших размеров с низким $\beta \approx 5\%$ при умеренных магнитных полях $B \approx 5$ Тл.

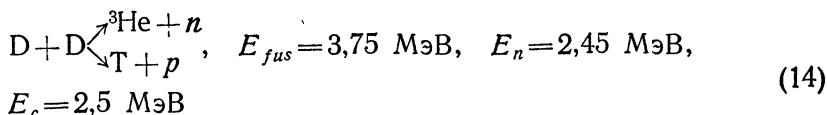
Например, для схемы токамака простейшая эмпирическая зависимость для времени удержания

$$\tau_E \approx 0,5 n \cdot a^2 \cdot 10^{-18} \text{ с}$$

приводит к «критическому условию» $\rho a = 6 \cdot 10^{17}$ кэВ·см⁻² (12), т. е. в указанных выше условиях к размерам $a \approx 1$ м, объему плазмы $V_{\text{пл}} \approx 200$ м³ и мощности $N \approx 400$ МВт. Эти размеры и мощность характерны для проектов опытных энергетических термоядерных реакторов (ИНТОР, ОТР и др.). Вместе с тем, использование D—T-реакции не избавляет от высокой радиоактивности при производстве ядерной энергии как из-за значительных количеств радиоактивного трития в реакторе, так и вследствие активации конструкций 14-МэВ нейтронами. Кроме того, в этом случае необходимо воспроизводство сгорающего трития, что может быть обеспечено окружением камеры реактора литиевым бланкетом, в котором идет реакция



D—D-реакция

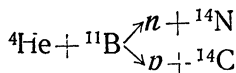
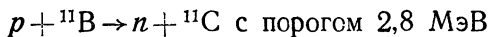


привлекательна тем, что использует лишь природное топливо и не требует его воспроизводства. Поскольку $\sigma_{\text{DT}} \gg \sigma_{\text{DD}}$, образующийся в D—D-реакции тритий тут же вступает в реакцию с дейтерием, так что на одну D—D-реакцию в дейтериевой плазме равновесного состава $(n_{\text{T}}/n_{\text{D}} \approx (1/2) \langle v\sigma_{\text{DD}} \rangle / \langle v\sigma_{\text{DT}} \rangle)$ происходит около 1/2 реакции D—T. Результирующая реакция есть $4\text{D} \rightarrow {}^3\text{He} + {}^4\text{He} + p + n_1 + n_2$, причем на одну D—D-реакцию $E_{\text{fus}} = 12,5$ МэВ, $E_c = 4,3$ МэВ, $E_{n_1} = 2,5$ МэВ, $E_{n_2} = 14,1$ МэВ (некоторую роль играет и вторичная реакция D—³He). Поэтому с точки зрения радиационной опасности (тритий и активация конструкций), а также радиационного повреждения материалов быстрыми нейтронами D—D-реакция не имеет решающих преимуществ перед реакцией D—T.

Что же касается энергетического баланса, то, как видно из рис. 1, D—D-реакция значительно проигрывает реакции D—T. Самоподдерживающееся горение едва ли осуществимо в

системах с низким β . Критические значения параметров удержания при $\beta \sim 1$ оказываются значительно более высокими. При оптимальной температуре $T_0 \approx 40$ кэВ $(n\tau_E)_0 = 1,2 \cdot 10^{15}$ см⁻³·с, $(p\tau_E)_0 \approx 10^{17}$ см⁻³·с, что на порядок превышает $(p\tau_E)_0$ для D—T-реакции. Перспективы использования D—D-реакции зависят от того, окупятся ли дополнительные затраты, связанные с худшим энергетическим балансом, отказом от литиевого blankets и от расходов лития.

С реакцией $^{11}\text{B} + p \rightarrow ^3\text{He} + 8,9$ МэВ связана, по-видимому, единственная надежда на осуществление термоядерного синтеза без существенной радиоактивности. Но, как видно из рис. 1, (предполагается бор-водородная смесь оптимального состава, $\epsilon_B \approx 9\%$) эта реакция может быть осуществлена в системах с магнитным удержанием, лишь если удастся резко снизить циклотронные потери. В отсутствие магнитного поля она может иметь положительный энергетический баланс при $T > 100$ кэВ, а оптимальная температура составляет $T_0 \approx 200$ кэВ, причем $(n\tau_E)_0 \approx 6 \cdot 10^{15}$ см⁻³·с, $(p\tau_E)_0 \approx 3 \cdot 10^{18}$ кэВ·см⁻³·с. Возможность достижения соответствующих температур и давлений остается проблематичной. В высокотемпературной H—B-плазме с небольшим выходом идут и реакции



с образованием низкоэнергетических нейтронов и радиоактивных ^{11}C и ^{14}C . Безнейтронная реакция $p + ^7\text{Li} \rightarrow ^4\text{He}$ имеет более высокий температурный порог и меньшее сечение по сравнению с H—B.

3. ВОСПРОИЗВОДСТВО ТРИТИЯ И ТОПЛИВНЫЕ РЕСУРСЫ

Для компенсации потерь и обеспечения тритием вновь вводимых термоядерных мощностей коэффициент воспроизводства трития K_T (отношение скорости наработки к скорости его сгорания) должен несколько превышать 1, что с учетом потерь нейтронов не обеспечивается основной реакцией воспроизводства $^6\text{Li} + n \rightarrow ^3\text{T} + ^4\text{He}$ (15). Размножение нейтронов с целью получения $K_T > 1$ может быть осуществлено несколькими способами.

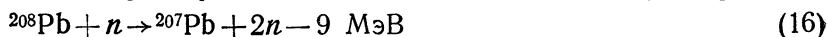
Прежде всего, природный Li содержит 92,5% изотопа, с которым быстрые нейтроны с энергией $E_n > 2,8$ МэВ вступают в реакцию



с производством трития и без потери нейтрона. В идеальном случае (источник 14-МэВ нейтронов в бесконечной среде из природного Li) 14-МэВ нейтрон успевает до своего замедления

ниже порога реакции (15) вызвать в среднем 0,8 таких реакций, и идеальный коэффициент воспроизводства трития в этом случае составляет $K_T^{ид} = 1,9$. Реакция (15) дает большой вклад в K_T в конструкции blankets, в которой Li расположен вблизи камеры реактора, в области, где нейтроны D—T-реакции не успели замедлиться. Примером может служить blanket с жидким Li, в котором вполне реально достижение $K_T \approx 1,1—1,2$.

В конструкции blankets с твердыми литийсодержащими элементами (на основе Li_2O , $LiAlO_2$ и др.) реакция (15) играет меньшую роль и для размножения нейтронов используется реакция $(n, 2n)$, вызываемая быстрыми нейтронами в тяжелых ядрах (или 9Be). Например, 14-МэВ нейтрон в бесконечной свинцовой среде успевает до замедления ниже порога реакции



произвести в среднем 0,8 таких реакций, так что поглощение всех нейтронов в 6Li , смешанном со свинцом, привело бы в идеальном случае к производству $K_T^{ид} = 1,8$ ядер трития. В реальных конструкциях также удается достичь таким путем

$$K_T^{ид} = 1,1—1,2; \text{ для } {}^9Be \quad K_T^{ид} = 2,7.$$

Наконец, при окружении камеры реактора урановым blanketом происходит значительное размножение нейтронов за счет реакций деления и $(n, 2n)$, $(n, 3n)$.

При определении требуемого значения K_T необходимо иметь в виду, что в blankets, конструкциях реактора, системах выделения T из Li и очистки рабочего газа, в хранилищах неизбежно находится большое количество трития, на порядки величины превышающее его количество непосредственно в реакторной камере. Для оценки можно принять, что в расчете на 1 ГВт термоядерной мощности в реакторе в равновесном состоянии находится $g \approx 10$ кг/ГВт трития (при долях грамма в камере). В расчете на 1 ГВт тепловой мощности в год сгорает $\xi_T \approx \approx 55$ кг/ГВт год*) трития, так что количество трития в развивающейся системе термоядерных реакторов мощностью $N(t)$ с учетом его распада ($\lambda = 0,06 \text{ год}^{-1}$) определяется уравнением:

$$\frac{d}{dt} gN = (K_T - 1) \xi_T N(t) - \lambda gN(t). \quad (17)$$

Отсюда «время удвоения» трития в развивающейся системе реакторов

$$T_2 = \frac{\ln 2}{\left(\frac{K_T - 1}{\nu_B} - \lambda \right)},$$

*) Эта цифра может изменяться в пределах $\pm 10\%$ в зависимости от конструкции blankets и энергетического баланса реакций, в которые вступают нейтроны. Ее можно сравнить с расходом топлива на реакцию деления

$$\xi = 380 \frac{\text{кг}}{\text{ГВт} \cdot \text{год}} \pm 5\%.$$

(время выгорания $\tau_B = g/\zeta_T \approx 0,2$ года) оказывается малым (~ 3 -х лет) даже при $K_T \approx 1,05$.

Это является следствием быстрой «оборачиваемости» трития, т. е. малого времени выгорания $\tau_B \sim 0,2$ года по сравнению с несколькими годами для реакторов деления. Заметим, что поток трития в систему очистки рабочего газа ζ_T/z оказывается много большим скорости его горения ζ_T , т. к. глубина выгорания рабочего газа z обычно невелика (несколько %). Отсюда вытекают весьма жесткие требования к потерям трития $\varepsilon: \varepsilon/z \leq \leq 1\%$. Но еще более жесткие требования к потерям трития диктуются радиационной безопасностью.

Количество трития в системе очистки и подготовки к инъекции $g_c \sim (\zeta_T/z) \cdot T_c$ должно также быть сведено к минимуму масштаба $g_c \leq 1$ кг/ГВт, откуда вытекает и требование к длительности технологических операций вне реактора $T_c \sim$ нескольких часов.

Чтобы количество трития, задерживаемого в воспроизводящем бланкете, также было в пределах $g_{бл} = x_{\min} \cdot g_{Li} + \zeta_T \cdot T_{бл} \sim \sim 1$ кг/ГВт необходимо, чтобы время извлечения трития из бланкета $T_{бл}$ не превышало нескольких суток и были бы сведены к минимуму количество Li в бланкете g_{Li} и минимальная концентрация трития в нем x_{\min} , до которой производится извлечение.

Пренебрегая расходами дейтерия на загрузку реакторов при $\zeta_D = 37$ кг/ГВт·год можно найти годовые расходы дейтерия на энергетику $\zeta_D \cdot N(t)$.

Современное мировое производство первичной энергии составляет около 10 млрд. тут в год (1 тонна условного топлива = $= 7 \cdot 10^6$ ккал, 1 ГВт·год = $1,08 \cdot 10^6$ тут). Производство этого количества энергии за счет D—T-реакции потребовало бы 300 тонн дейтерия в год при количестве его в воде мирового океана $5 \cdot 10^4$ млрд. тонн. Поэтому запасы дейтерия можно считать практически неограниченными. При стоимости дейтерия 5 долл./грамм топливная (сырьевая) составляющая стоимости 1 тут тепловой энергии равна 16 цент/тут, т. е. ничтожно мала по сравнению со стоимостью обычных топлив около 100 долл./тут. Эти цифры можно сравнить и с соответствующими затратами на делящееся топливо.

При сжигании (переводе в осколки) в современных легководных реакторах $z = 0,5\%$ природного урана его удельный расход $\zeta_U = \zeta/z = 76$ тонн/ГВт·год (70 г/тут). Расходы природного урана на мировую энергетику современного уровня составили бы при этом 0,7 млн. тонн в год при оцениваемых ресурсах относительно дешевого урана в пределах 5—20 млн. тонн. Отсюда видно, что долговременное развитие крупномасштабной ядерной энергетики на реакторах современного типа не обеспечивается урановыми ресурсами.

Загрузка урана в легководные реакторы составляет (в пересчете на природный уран) $g_U \approx 200$ тонн/ГВт (200 г/тут/год), так что при коэффициенте дисконтирования $p \approx 0,1$ 1/год приведенные затраты на природный уран составят $C_U(p \cdot g_U + \zeta_U) = 5-50$ долл/тут в зависимости от цены C_U в диапазоне 50—500 долл/кг.

При переходе на бридинг ($z \sim 0,5$) удельные расходы природного урана снизятся до $\zeta_U = \zeta/z \approx 0,7$ г/тут и составят для современного мирового уровня 7 тыс. тонн в год, так что даже указанных количеств дешевого урана хватило бы на тысячелетия. В действительности бридинг допускает использование и много более дорогого урана из более бедных месторождений, запасы в которых на порядки величины превышают указанные выше количества урана в богатых месторождениях.

Расходы природного урана на загрузку быстрых бридеров составят $g_U \approx 20 \frac{\text{г}}{\text{тут/год}}$ и стоимость топлива сократится до 14—140 цент/тут, что много ниже затрат на обычное топливо.

Несколько более сложен вопрос о расходах лития. С учетом реакции ${}^7\text{Li}(n, \alpha) \text{T}$ и дообогащения изотопом ${}^6\text{Li}$ по мере его выгорания глубина выгорания природного Li может быть доведена до $z \sim 10\%$. В этом случае удельные расходы Li составят $\zeta_{\text{Li}} = \frac{7/3\zeta_{\text{T}}}{z} \approx 1$ г/тут. Удельная загрузка Li в бланкет реактора сильно зависит от его конструкции и может варьироваться в пределах $g_{\text{Li}} \approx 40-500$ тонн/ГВт. Последняя цифра относится к случаю использования жидкого Li не только для воспроизводства трития, но и для охлаждения бланкета и служит одним из аргументов против этого варианта конструкции (другими аргументами являются трудности прокачки в сильном магнитном поле, большие количества трития в бланкете и проблемы его утечек). Годовые расходы Li на энергетику в 10 млрд. тут/год составят 10 тыс. тонн, что близко к современной годовой его добыче. Низкий уровень добычи не стимулирует интенсивной разведки литиевых месторождений и разработки методов его извлечения из руд. Однако, оценки его ресурсов, например, для США [6], составляют около 5 млн. тонн при стоимости добычи до 100 долл/кг. Отсюда видно, что ресурсы Li достаточны для использования D—T-реакции в течение, по меньшей мере, тысячелетий, не говоря уже о запасах Li в воде мирового океана (240 млрд. тонн по сравнению с 4 млрд. тонн U).

Литиевая составляющая стоимости энергии, как видно из приведенных цифр, определяется главным образом расходами на его загрузку в реактор и для $g_{\text{Li}} = 40$ г/тут/год может быть оценена в $C_{\text{Li}} \cdot (p g_{\text{Li}} + \zeta_{\text{Li}}) \approx 25-100$ цент/тут при цене лития в диапазоне $C_{\text{Li}} \approx 5-20$ цент/г.

Эти цифры, хотя и превышают затраты на дейтерий, остаются низкими не только в сравнении с затратами на обычное топливо, но и с затратами на ядерное топливо для современных реакторов. Они позволяют вполне определенно утверждать, что исходное топливо термоядерных реакторов, использующих D—T-реакцию, будет играть второстепенную или даже пренебрежимо малую роль в их экономике, которая практически полностью будет определяться капитальными затратами на сооружение реакторов и затратами на их эксплуатацию.

В таблице 1 приведены ориентировочные данные, характеризующие ресурсную и экономическую ситуацию с топливом для термоядерных D—T-реакторов в сравнении с реакторами деления.

Таблица 1

Топливная экономика (мировое производство 10 млрд. т/год)

Реакторы	Выход энергии с 1 т сырья т/год	Годовой расход сырья, т/год	Время расход. ресурсов, лет	Сырьевая сост. стоимости, долл./тут		Капит. составл. стоимости, долл./тут
				подпитка	с учетом загрузки	
тепловые	$1,5 \cdot 10^4$	$6,5 \cdot 10^5$	20	5	7	100
быстрые	$1,5 \cdot 10^6$	$6,5 \cdot 10^3$	>2000	0,04	0,14	200
термоядерные D—T	D $3,6 \cdot 10^7$	300	практически неограничено	0,16	0,16	
	Li $1,0 \cdot 10^6$	10^4	>2000	0,1	0,5	
обычные топлива	1	10^{10}	50—200	100	100	70

В случае реакторов деления к приведенным здесь величинам затрат на сырье надо добавить затраты на обогащение урана, фабрикации топлива и его химическую переработку, захоронение отходов.

Учет этих составляющих не изменяет следующего из таблицы 1 вывода о том, что ядерные топлива для реакторов как деления, так и синтеза много дешевле обычных топлив при неограниченных с практической точки зрения ресурсах. Дешевизна ядерных топлив радикально изменяет экономическую ситуацию в энергетике: не исходное топливо, а капитальные и прочие затраты определяют стоимость производства ядерной энергии.

4. РАДИАЦИОННАЯ ОПАСНОСТЬ

Камера термоядерного D—T-реактора, бланкет, контур охлаждения, система циркуляции и воспроизводства топлива являются высокорadioактивным оборудованием, допускающим лишь дистанционное обслуживание и ремонт с соблюдением тех же мер радиационной безопасности, что и соответствующее оборудование реакторов деления.

Опыт эксплуатации реакторов деления демонстрирует возможность надежного обеспечения радиационной безопасности как для обслуживающего АЭС персонала, так и для окружающего населения и среды. В конструкции термоядерных реакторов также предусматриваются меры, обеспечивающие выполнение норм выхода радиоактивности как при нормальной работе, так и при любых возможных авариях.

Главные различия между реакторами деления и синтеза выявляются при рассмотрении маловероятных аварий, а также проблем удаления радиоактивных отходов.

Прежде всего, в реакторах синтеза нет физических причин для быстрого неконтролируемого роста мощности подобно разгону реактора деления на мгновенных нейтронах при введении положительной реактивности, большей доли запаздывающих нейтронов при делении. Хотя в реакторах деления принимаются все меры для исключения такой аварии, отсутствие подобной возможности в реакторах синтеза является их принципиальным преимуществом.

Следующее важное отличие реактора синтеза состоит в более низком остаточном радиационном тепловыделении в конструкциях после аварийной остановки реактора при нарушении в системе теплоотвода.

При быстрой остановке реактора деления средствами аварийной защиты в течение десятка секунд продолжает выделяться значительная мощность за счет реакции, вызванной запаздывающими нейтронами. Обычно эта мощность отводится из реактора за счет инерции теплоносителя и насосов. Однако выделение тепла за счет распада осколков деления и других радиоактивных изотопов, образованных в реакторе, продолжается длительное время после остановки на уровне около 1% от номинальной мощности. Для длительного расхолаживания реактора приходится предусматривать специальные системы с обеспечением их надежного энергопитания.

В термоядерном реакторе нет ни запаздывающих нейтронов, ни осколков деления, так что остаточное тепловыделение связано лишь с распадом радионуклидов, образованных нейтронами в материалах конструкции. Следующая таблица дает представление о спаде энерговыделения в топливе реактора деления и конструкциях реактора синтеза и времени до их расплавления в отсутствие охлаждения.

Реактор деления: ТВЭЛ из UO_2 диаметром $d=10$ мм.

Реактор синтеза: 1-я стенка из нержавеющей стали при нейтронной загрузке $3,6$ МВт/м², конструкции бланкета.

Следующая таблица дает представление о полной радиоактивности топлива и конструкций для реактора синтеза и быстрого реактора мощностью 1 ГВт (эл). Выраженная в кюри радиоактивность не дает полного представления о радиационной

Таблица 2

Время после остановки, с	ТВЭЛ реактора деления	Реактор синтеза	
		1-я стенка	конструкция бланкета
остаточное энерговыделение, Вт/см ³			
0 (номинал)	500	100	20
10 с	25	0,8	0,15
10 ³ с	8	0,7	0,1
10 ⁵ с	4	0,2	0,06
Время до расплавления без охлаждения, с			
	400 (без учета зап. и-нов)	10 ⁴ —∞	10 ⁵ —∞

опасности, так как разные радионуклиды и разные виды радиоактивности различаются по своему биологическому воздействию, что учитывается нормами на предельно допустимую концентрацию радионуклида в воде (или в воздухе). В таблице поэтому приведены также количества воды, необходимой для разбавления данной радиоактивности до допустимых концентраций. Данные таблицы показывают, что различие реакторов деления и синтеза в суммарной радиоактивности в ходе их эксплуатации невелико. И в том и в другом случае невелик и спад радиоактивности за короткие промежутки времени после остановки для проведения ремонтных работ.

Хотя вклад трития в суммарную радиоактивность термоядерных реакторов и невелик, именно он определяет радиационную опасность при эксплуатации и в аварийных ситуациях вследствие летучести и высокой проникающей способности.

Данные последнего столбца имеют отношение к проблеме удаления радиоактивных отходов, в том числе при прекращении эксплуатации реактора. С этой точки зрения интересной является возможность использования материалов, не дающих под действием нейтронов долгоживущих радионуклидов, например, сплавов на основе V и Ti . Что касается трития, содержащегося

Активность сплавов V-Ti в реакторах

Время после остановки	0		14 дней		30 лет		
	Быстрый реактор	Т/я реактор нерж. сталь	Т/я реактор сплав V-Ti	БР	Т/я нерж. сталь	БР	Т/я нерж. сталь
Полная в том числе: конструкции триггий продукты дел. топливо дел.	1,6·10 ¹⁰ 2,5·10 ⁸ — 1,2·10 ¹⁰ 3,7·10 ⁹	3,3·10 ⁹ 3·10 ⁹ 3·10 ⁸ — —	3,9·10 ⁹ 3,6·10 ⁹ 3·10 ⁸ — —	2,1·10 ⁹ 1,5·10 ⁸ — 1,8·10 ⁹ 8·10 ⁷	1,3·10 ⁹ 1·10 ⁹ 3·10 ⁸ — —	3,8·10 ⁸ 1,5·10 ⁷ 3·10 ⁸ — —	1,2·10 ⁶ 6·10 ⁵ 2·10 ⁵ — —
Активность, Ки							
Всего конструкции триггий продукты деления	3·10 ⁵ 2·10 ³ — 3·10 ⁵	3·10 ⁴ 3·10 ⁴ 90 —	1,2·10 ⁵ 1,2·10 ⁴ 90 —	1,5·10 ⁵ 1·10 ³ — 1,5·10 ⁵	6·10 ² 6·10 ² 90 —	3·10 ² 3·10 ² 90 —	20 20 0,07 —

км³ воды для разбавления до допустимой концентрации

в материалах конструкций, то его количество может быть существенно снижено путем длительной выдержки и термической дезактивации (в последнем столбце таблицы 3 это учтено снижением количества Т в 100 раз). С целью снижения радиоактивности рассматриваются и другие малоактивируемые конструкционные материалы.

С этой точки зрения представляют интерес и малоактивируемые сплавы Al, хотя механические свойства их при температурах $T \sim 150\text{—}200^\circ\text{C}$ резко снижаются. Это означает, что около 30% мощности реактора должно сниматься при низких температурах, т. е. теряется в балансе производства электричества.

Успехи в технологии керамических и других неметаллических материалов создают надежды на возможности их использования в будущем в конструкциях термоядерных реакторов. Это открывает перспективы и для создания малоактивируемых конструкций на основе графита, карбида кремния и др.

Таким образом, термоядерный реактор, мало отличаясь по радиационным условиям нормальной эксплуатации от реактора деления, имеет существенные преимущества с точки зрения развития и последствий крупных аварий и при захоронении радиоактивных отходов, в особенности при использовании конструкционных материалов, имеющих под действием нейтронов лишь короткоживущую активность.

Как уже отмечалось, радикальное снижение радиоактивности возможно лишь в том случае, если будут найдены способы использования реакции В—Н.

5. ЭКОНОМИКА И ТЕХНИЧЕСКИЕ ПРОБЛЕМЫ ТЕРМОЯДЕРНЫХ РЕАКТОРОВ

Производство энергии — одна из обширнейших областей человеческой деятельности, занимающая значительную часть производительных усилий людей. Поэтому экономические критерии, суммирующие разнородные затраты на энергию, играют в выборе способов ее производства особенно большую, решающую роль. Как бы ни важны были другие, например, экологические факторы, они не могут здесь рассматриваться вне связи с экономикой. Перспективы того или иного способа производства энергии зависят от связанных с ним затрат труда и материальных ресурсов с учетом мер по обеспечению необходимых экологических условий.

Однако, оценка этих перспектив не проста и неоднозначна, т. к. она сама зависит от того, как будет развиваться соответствующая технология. Перспективы угольной энергетики в значительной мере определяется развитием новых методов добычи, **переработки**, транспорта угля, перспективы ядерной энергетики деления — решением проблем замкнутого топливного цикла и освоением бридинга. Реализация имеющих принципиальное

значение достоинств термоядерного синтеза со стороны топливных ресурсов и радиационной безопасности зависит от достижения ими экономической конкурентоспособности, связанной с решением ряда сложных технических проблем. Некоторые из них обсуждаются ниже.

Естественно рассматривать термоядерные реакторы в рамках единой ядерной энергетики, вместе и в сравнении с реакторами деления. Реактор деления по своей конструкции является довольно простым теплообменным аппаратом, высокая стоимость которого связана с необходимостью надежного регулирования цепной реакции и обеспечения защиты от радиации в расчете не только на условия нормальной эксплуатации, но и на маловероятные аварии. Экономичность же реакторов обеспечивается низкой стоимостью топлива.

В сравнении с реактором деления, термоядерный реактор выглядит более сложным, соответственно — дорогим. Сложность и дороговизна его связаны, прежде всего, с применением разного рода новейшей техники, отсутствующей в современном массовом энергетическом производстве: крупные вакуумные и криогенные системы, сверхпроводящие магниты, лазеры и ускорители, мощные генераторы ВЧ и СВЧ-диапазонов, специальные системы электропитания и др. Разработка этого оборудования, освоение его промышленностью, создание массового производства потребуют не одного десятилетия и до этого нельзя рассчитывать на экономичность термоядерных реакторов. Подобный барьер приходится преодолевать любой новой технике, но для УТС этот барьер особенно высок.

В первую очередь эти трудности возникают при создании опытного энергетического термоядерного реактора, они усугубляются плазмофизическими особенностями, не позволяющими начать с реактора малой мощности: сравните реактор-токамак ИНТОР тепловой мощностью 600 МВт с первой АЭС мощностью 30 МВт!

Но при оценке перспектив необходимо отвлечься от этих весьма существенных, но все же временных обстоятельств.

Технические и экономические качества термоядерного реактора определяются плазмофизическими закономерностями в тесной взаимосвязи с ограничениями, налагаемыми технологией, прежде всего — возможностями материалов. Проследим эти связи на примере реактора — токамака — опытного и промышленного.

Подход к выбору параметров того и другого различен: в первом случае стремятся к снижению абсолютных размеров, мощности, соответственно, стоимости; во втором — к минимальным удельным стоимостям в расчете на 1 кВт мощности, что обычно достигается, наоборот, при достаточно больших мощностях. Минимальные размеры опытного реактора близки к критическим, определяемым условием (9). Параметры промышлен-

ленного реактора слабо связаны с условием (9), т. к. энергетический баланс плазмы при больших размерах заведомо положительен.

При $pa \sim \beta B^2 a = \text{const}$ размеры $a \sim 1/\beta B^2$ и мощность $N \sim p^2 a^3 A \sim aA$ опытного реактора уменьшаются с β и B ($A = R/a$ — аспектовое отношение). Одновременно растет нагрузка на 1-ю стенку

$$P_n \sim \frac{N}{a^3 A} \sim \frac{1}{a} \sim \beta B^2.$$

Ниже мы обсудим ограничения на P_n , связанные с условиями работы материала 1-й стенки. Эксперименты и расчеты указывают на возможность увеличения β для плазменного шнура эллиптического сечения с отношением осей $b/a = k > 1$. При $k < 2$ можно воспользоваться грубой оценкой предельных величин

$$\beta \approx 0,05 \frac{1+k^2}{A}, \quad (18)$$

отражающей падение β с ростом аспектового отношения A . Уменьшение A ограничено, однако, размерами индуктора для поддержания тока плазмы $I_{\text{пл}}$ и blankets, необходимого для утилизации энергии нейтронов, воспроизводства трития и защиты магнитов от воздействия нейтронов. Последнее обстоятельство резко отличает энергетический реактор от физических установок. Чтобы ослабить нейтронный поток от уровня $\sim 10^{15}$ н/см²с в районе 1-й стенки до 10^9 н/см²с, допустимых по условиям работы материалов, в том числе электроизоляции, и тепловыделений в криогенной системе охлаждения магнитов, необходим blanket толщиной $\Delta \approx 1$ м, т. к. длина релаксации быстрых нейтронов в типичных материалах $\lambda_r \sim 7$ см. Правда, при использовании обычных магнитов и радиационно стойкой электроизоляции можно было бы снизить толщину blankets примерно вдвое, но свойства токамакам низкие β требуют высоких магнитных полей, затраты энергии на создание которых с помощью «теплых» магнитов слабо зависят от размеров a и составляют в лучшем случае сотни МВт. Приходится использовать сверхпроводники. Уже из этих оценок можно понять, что размеры плазмы $a < \Delta$ привели бы к неэкономному использованию объема магнитного поля, к высоким A и низким β . Уменьшению A препятствует и спад магнитного поля в тороидальном соленоиде с расстоянием от главной оси от допустимых для сверхпроводника величин B_{max} до значений на оси плазмы

$$B = B_{\text{max}} \cdot \frac{A - \left(1 + \frac{A}{a}\right)}{A}. \quad (19)$$

Минимизация мощности реактора и размеров сверхпроводящих магнитов приводит к $A \sim 4$, $k \approx 1,6-1,8$ и минимальному малому радиусу плазмы $a \approx 1,4-1,5$ м при использовании сверхпро-

водника Nb_3Sn , позволяющего получить $B_{max} \approx 11$ Тл при не очень низких номинальных температурах $T \approx 4,2$ К и достаточно высокой плотности тока $j \approx 2$ кА/см². При этом магнитное поле на оси составит $B \approx 5$ Тл, мощность реактора $N \approx 600$ МВт, а нейтронная нагрузка на 1-ю стенку около $P_n \approx 0,8$ МВт/м². Приведенная здесь оценка несколько отличается от принятых в проектах ИНТОР и ОТР параметров, которые нуждаются в корректировке в связи с необходимостью некоторого снижения β .

Представление о составляющих стоимости опытного реактора можно получить из данных, полученных по международному проекту ИНТОР и другим проектам (табл. 4).

Таблица 4

Затраты на системы реактора
(в долях от общих прямых затрат, %)

Камера, бланкет, охлаждение	Электромагн. с питанием	Тритиевые сист. цирк. топлива	Нагрев плазмы с питанием	Контроль, управление	Сооружения
15	40	5	13	5	13

Обращает на себя внимание большая доля сверхпроводящих магнитов в общих затратах на реактор, что является следствием относительно малых размеров. Затраты на 1 кВт тепловой мощности опытного реактора оказываются высокими — около 5 тыс. долл/кВт (для современных тепловых реакторов — 300—500 долл/кВт). Но это сравнение неправомерно распространять на промышленный реактор: опытный реактор имеет заведомо неоптимальные размеры и параметры и предназначен для получения опыта, а не для демонстрации экономических качеств термоядерного реактора.

Промышленный реактор будет иметь много большую мощность, что уже обычно ведет к снижению удельной стоимости. В случае токамака это снижение особенно существенно в связи с увеличением размеров a , снижением $\frac{\Delta}{a}$, относительного объема сверхпроводящих магнитных систем

$$V_m/N \sim 1/\beta^2 B^3 a^2,$$

многократным увеличением нагрузки на 1-ю стенку

$$P_n \sim \beta^2 B^4 a,$$

снижением удельных затрат на бланкет $\sim \frac{\Delta}{P_n}$, улучшением энергобаланса плазмы и глубины выгорания D—T-топлива.

Конечно, увеличение размеров и мощности имеет свои пределы, диктуемые как возможностями изготовления крупного оборудования, так и требованиями энергосистемы, в которой ра-

ботаает реактор. Сейчас типичная мощность реакторного блока составляет 1000 МВт (эл), крупнейшим является реактор Игналинской АЭС (1,5 ГВт (эл.)). Не рассчитывая на качественное изменение этого уровня в обозримом будущем, имеет смысл рассматривать термоядерный реактор с мощностью в пределах 3 ГВт (эл), что по тепловой мощности в 10-20 раз больше опытного реактора.

В качестве примера можно привести данные по проекту реактора—токамака Старфайер (США), параметры и оценка стоимости которого приведена в таблицах 5 и 6.

Таблица 5

a_m	A	k	$\beta \%$	$V_0, \text{Тл}$	$P_n \frac{\text{МВт}}{\text{м}^2}$	$N_T \text{МВт}$	N нетто эл. МВт	КПДнет %	Сверхпроводник
2,14	3,6	1,6	6,7	5,8	3,6	4000	1200	30	Nb ₃ Sn

Таблица 6

Стоимость реактора Старфайер, млн. долл. (доллары 1980 г.)

	Бланкет, защита	эл. магниты	ВЧ-нагрев поддерж. тока плазмы	Обращение с топливом	Сооружения	Маш. зал	Полн. стоим.	Уд. стоимость долл/КВт	Прямые затраты
% от прямых затрат	270	172	34	39	347	250	2400	2000	1730
	16	10	2	2,3	20	14	140	—	100

Как и следовало ожидать из качественных оценок, увеличение мощности, размеров привело к снижению относительной стоимости магнитных систем, удельные затраты по сравнению с опытным реактором снизились в несколько раз, они лишь примерно вдвое превышают удельные затраты на тепловой реактор.

Одним из главных факторов, определивших снижение удельных затрат, является увеличение нагрузки на 1-ю стенку. Вместе с тем, уже нагрузка опытного реактора $P_n \approx 1 \text{ МВт/м}^2$, а тем более ее увеличение до $P_n \approx 4 \text{ МВт/м}^2$ представляют собой одну из главных технических проблем термоядерного реактора.

5.1. Первая стенка

Эта конструкция не имеет прямого аналога в реакторной технике. По условиям работы ее можно сравнить с топливом реакторов на быстрых нейтронах, где нейтронный поток даже

выше ($\sim 10^{16}$ н/см²·с). Но топливо быстрых реакторов заключено в относительно небольшие сборки, легко выгружаемые. К оболочкам ТВЭЛ не предъявляются требования абсолютной герметичности, реакторы работают с некоторой долей разгерметизированных ТВЭЛ, дожидаясь очередной перезарядки. Первая стенка термоядерного реактора является крупной конструкцией, замена ее крайне затруднена, связана с длительной остановкой реактора и со сложной дистанционной технологией демонтажа и монтажа в условиях высокой радиоактивности. Она является стенкой вакуумной камеры и должна обеспечивать вакуумную плотность. Наконец, кроме облучения нейтронами, первая стенка работает в условиях высоких термических напряжений и эрозионного воздействия плазмы.

Столь же высокие требования надежности предъявляются к корпусу реактора деления, но он во всех конструкциях защищен от воздействия высоких нейтронных и тепловых потоков, тогда как первая стенка является наиболее нагруженной частью конструкции термоядерного реактора.

Обеспечить высокую надежность и длительную работоспособность первой стенки можно лишь при условии высокой радиационной стойкости материала и создания конструкции, обеспечивающей минимальный уровень термических и механических напряжений с большим запасом до предельных величин. Если для уровня нагрузок $P_n \sim 1$ МВт/м² (опытный реактор или реактор гибридного типа, см. ниже) решение этой задачи возможно в рамках существующих технологии и материалов, то многократное увеличение нагрузки потребует новых материалов и конструкций.

При интегральных потоках быстрых нейтронов 10^{23} н/см², достигаемых за 5 лет непрерывной работы при $P_n = 1$ МВт/м², современные реакторные стали аустенитного класса испытывают значительное вакансионное распухание, которое при дальнейшем облучении быстро нарастает. Уход от температур $T \sim 500^\circ\text{C}$, при которых распухание максимально, в область $T \sim 300\text{--}400^\circ\text{C}$ снижает распухание, но сильная зависимость его от температуры в этой области вместе с температурными градиентами в стенке приводят к напряжениям, намного превышающим термические. Эти напряжения релаксируют в результате радиационной ползучести, но это приводит к деформациям, опасным в условиях радиационного охрупчивания материалов.

Усовершенствования аустенитных сталей (холодная деформация, легирование Ti и др.) позволяет уменьшить распухание, но еще неясно, даст ли это радикальное решение задачи.

В последние годы появились данные по облучению в быстрых реакторах сталей на основе Fe, Cr ферритного и близких

к нему классов, распухание которых на порядок ниже, чем у аустенитных сталей. Использование этих сталей связано со своими трудностями, в частности — с ростом температурного порога хладноломкости, достигающего под облучением 300°C и выше. По этой причине рабочая температура этих сталей должна быть в диапазоне $300\text{—}550^\circ\text{C}$, что скорее всего исключает использование водяного охлаждения первой стенки. Первую стенку пронизывает тепловой поток ($q_T \sim 25 \text{ Вт/см}^2$ при $P_n \sim 1 \text{ МВт/м}^2$) из плазмы (энергия α -частиц D—T-реакции), создающий градиент температур и температурные напряжения в материале, пропорциональные толщине стенки δ и отношению коэффициента температурного расширения α к теплопроводности λ $\sigma \sim \alpha\delta/\lambda$. Для аустенитных сталей перепад температур при $P_n \sim 1 \text{ МВт/м}^2$ и $\delta \approx 1 \text{ см}$, $\Delta T \sim q_T\delta/\lambda \sim 150^\circ\text{C}$, и напряжения $\sigma \approx 30\text{—}40 \text{ кг/мм}^2$. Это обстоятельство особенно существенно при циклическом режиме работы токамака (при длительности цикла $\tau \sim 600 \text{ с}$ их число за время работы ~ 5 лет составит $2 \cdot 10^5$), приводя к усталостному растрескиванию материала и требуя снижения напряжений минимум вдвое. Циклический режим работы токамака является поэтому одним из существенных его недостатков, что делает особенно важным изучение методов неиндукционного поддержания тока плазмы. Стали ферритного класса имеют большую теплопроводность и меньший коэффициент теплового расширения по сравнению с аустенитными, что снижает более чем вдвое термические напряжения. Таким образом, стали ферритного класса являются сегодня наиболее вероятным кандидатом в качестве конструкционного материала первой стенки, для реактора с нагрузками $P_n \sim 1 \text{ МВт/м}^2$, но остается неясной их применимость для реакторов с высокой нагрузкой. Изучаются и малораспухающие сплавы с высоким содержанием Ni, алюминиевые сплавы с высокой теплопроводностью имеют преимущества по термическим напряжениям, но приемлемый для них уровень температур $T < 200^\circ\text{C}$ приводит к потере значительной части мощности реактора для производства электричества. Для перспективы изучаются малораспухающие сплавы V—Ti, привлекательные с точки зрения снижения долгоживущей радиоактивности конструкций.

Снижению термических напряжений способствовало бы уменьшение толщины первой стенки (в проекте ИНТОР, ОТР $\delta \approx 10 \text{ мм}$, а в проекте Старфайер $\delta = 3 \text{ мм}$), но эти возможности ограничены в связи с эрозией стенки со стороны плазмы. Важным результатом исследований последнего времени явилось обнаружение затухания эрозии за счет образования газовых пузырьков вблизи поверхности стенки (блистеринг) при интегралах $\sim 10^{19}$ атомов/см². Но и распыление, вызываемое быстрыми частицами, при нагрузках $P_n \sim 1 \text{ МВт/м}^2$ ведет к эрозии со скоростью, оцениваемой в $0,5\text{—}1 \text{ мм/год}$. Борьба с эрозией как плазменными методами (снижение температуры плазмы

вблизи стенки), так и путем нанесения разного рода покрытий, в том числе — периодически возобновляемых — один из важных разделов работы.

5.2. Откачка плазмы

В связи с условиями работы камеры реактора, как и с поддержанием чистоты самой плазмы, стоит еще одна важнейшая для реактора проблема — непрерывная откачка D—T-смеси для ее очистки от накапливающегося He и других примесей. Время выгорания D—T-смеси в рассматриваемых здесь условиях 100—200 секунд. Выгорание большой доли топлива и накопление He привели бы к резкому снижению энергетического баланса плазмы и термоядерной мощности ($N \sim n_{DT}^2$). Замена топлива каждые 20—30 секунд с остановкой реактора на те же 20—30 секунд для вакуумных и электрических процедур — режим, неприемлемый для энергетического реактора. Выход состоит в непрерывной «прокачке» топливной смеси через реактор и систему ее очистки и инъекции обратно в реактор.

Откачка D—T-смеси из области сильного магнитного поля сложна, она требует охлаждения и нейтрализации смеси, что происходит и само собой на стенке камеры, но воспользоваться этим трудно из-за малой скорости диффузии ионов поперек магнитного поля.

Для откачки газа насосами ограниченного сечения можно воспользоваться потоком ионов с большими скоростями вдоль магнитных силовых линий, расположив на их пути лимитеры — охлаждаемые приемники плазменных потоков, конвертируемых ими в нейтральный газ, откачиваемый насосами из области вблизи лимитера.

Главные проблемы на этом пути — охлаждение приемных пластин, тепловые потоки на которые достигают kBt/cm^2 , и эрозия их под действием мощных потоков быстрых частиц, сопровождающаяся выходом в плазму отравляющих ее продуктов эрозии. Эрозия пластин сильно зависит от температуры плазмы вблизи их поверхности, т. к. с ростом энергии частиц растет их распыляющее воздействие, и, кроме того, вблизи поверхности возникает электрический потенциал $\varphi \sim 3T_e$, ускоряющий положительно заряженные частицы, в том числе ионизованные продукты эрозии. В последнем случае возникает особенно сильное «самораспыление».

Такой лимитер может располагаться непосредственно в камере реактора, на периферии плазменного шнура (откачиваемый лимитер). В этом случае, однако, тепловые потоки и эрозия особенно велики и остается неясным, удастся ли предотвратить отравление плазмы продуктами эрозии.

В других случаях (магнитный дивертор) приемные пластины располагаются в соседнем с основной камерой объеме, куда

плазменные потоки выводятся за счет образования специальной «диверторной» конфигурации магнитного поля. Дивертор требует дополнительного объема внутри тороидальных катушек и дополнительных обмоток с током, близким к току плазмы $I_{пл}$, что усложняет конструкцию реактора, хотя эти же обмотки служат и для образования вытянутого по вертикали профиля плазменного шнура, способствующего увеличению β .

Однако, условия работы приемных пластин могут быть облегчены, а вероятность проникновения продуктов эрозии в основную камеру снижена. Представляет интерес возможность торможения плазменных потоков самим нейтральным D—T-газом при достижении им определенной плотности в диверторной камере. Эксперименты на токамаке ASDEX (ФРГ) [7] и последовавшие за ними подтверждают возможность снижения таким путем температуры плазмы вблизи пластин до уровня $T \sim 10$ эВ, т. е. ниже порога распыления многих материалов. Возможно, что на этом пути удастся найти технически приемлемую конструкцию диверторных приемников.

Непрерывная откачка рабочего газа открывает возможность длительного непрерывного горения, ограниченного возможностями поддержания тока индуктором. В опытном реакторе удастся создать магнитный поток через сечение индуктора $\Phi \sim 100$ Вс, что обеспечивает длительность горения $\tau_B \sim 200—600$ с, после чего необходима пауза в 30—40 с для проведения операций по гашению и зажиганию реакции, перемагничиванию индуктора, откачке и заполнению камеры рабочим газом. Но и при этом работа реактора остается циклической, количество циклов за время службы blankets составляет $10^5—10^6$, предотвращение усталостного разрушения конструкций blankets и других узлов реактора требует снижения энергонпряженности, осуществления мер по сглаживанию температурных режимов конструкций, создания крупных аккумуляторов тепла и т. д. Все это приводит к удорожанию и снижению надежности реактора.

Большие размеры промышленного реактора позволяют увеличить индуктор и длительность непрерывного горения примерно до 1 часа, но не исключают большого числа циклов.

Радикальное решение проблемы состоит в переходе к неиндукционным методам поддержания тока плазмы с помощью пучков нейтральных атомов, ВЧ или СВЧ-волн.

Теоретическое изучение этих возможностей и ряд экспериментов [8] дают надежды на создание в будущем стационарного токамака, что при умеренных затратах мощности значительно повысило бы его экономичность и привлекательность в качестве энергоисточника.

Приведенные выше примеры далеко не исчерпывают технических проблем создания энергетического термоядерного реактора. Представление о них можно найти в обзорных работах [9], [10].

6. ГИБРИДНЫЙ РЕАКТОР СИНТЕЗА-ДЕЛЕНИЯ

14-МэВ нейтроны вызывают множество ядерных реакций, в том числе пороговых, которые не идут на медленных нейтронах и могут быть использованы для производства ценных изотопов. В качестве примера можно привести реакцию $^{238}\text{U}(n, 2n)^{237}\text{U}(\beta)^{237}\text{Np}$ с образованием ^{237}Np , стартового изотопа для производства трансурановых элементов [11]. Последующее облучение его в реакторе деления приводит за счет реакции $^{237}\text{Np}(n, \gamma)^{238}\text{Np}(\beta)^{238}\text{Pu}$ к образованию ценного α -активного изотопа ^{238}Pu с периодом полураспада 80 лет, почти не дающего проникающего жесткого γ -излучения. ^{238}Pu может быть использован в качестве радиоизотопного малогабаритного источника энергии, например для питания насоса искусственного сердца или для других применений. В реакторах деления ^{237}Np накапливается главным образом в реакции $^{235}\text{U}(n, \gamma)^{236}\text{U}(n, \gamma)^{237}\text{U}(\beta)^{237}\text{Np}$ с меньшей производительностью и с использованием редкого изотопа ^{235}U .

Но наиболее интересная возможность использования 14-МэВ нейтронов связана с пороговой реакцией деления ^{238}U , т. е. с прямым сжиганием основного изотопа урана, лишь слабо делящегося в реакторах деления (в реакторах на тепловых нейтронах деление ^{238}U составляет лишь несколько % от делений ^{235}U или ^{239}Pu , в быстрых реакторах — около 10%).

В идеальном случае — в сплошном ^{238}U 14-МэВ нейтрон вызывает примерно 1 реакцию деления с выделением энергии $E_f \approx 200$ МэВ. Таким образом, окружение зоны D—T-реакции бланкетом из урана — отвала разделительного производства — приводит к увеличению мощности реактора в пределе более чем в 10 раз. В реальном урановом бланкете с учетом потерь 14-МэВ нейтронов при неупругих столкновениях с ядрами, входящими в состав первой стенки и других конструкций, коэффициент умножения мощности падает, но остается на уровне $M \approx 5$. Это означает, что при нагрузке на 1-ю стенку $P_n \sim 1$ МВт/м², которая может быть обеспечена уже существующими конструктивными материалами, мощность реактора (и его экономические показатели) будут примерно такими, как и в чисто термоядерном реакторе с нагрузкой $P_n \sim 5$ МВт/м², создание которого пока проблематично.

Но еще более важно, что при этом на 14-МэВ нейтрон в реакциях деления $(n, 2n)$, $(n, 3n)$ в ^{238}U рождается в идеальном случае примерно $\nu \approx 4,2$ нейтрона, один из которых может быть поглощен ^6Li с воспроизводством сгоревшего ядра трития, а 3,2 нейтрона — в ^{238}U ($^{238}\text{U}(n, \gamma)^{239}\text{U}(\beta)^{239}\text{Np}(\beta)^{239}\text{Pu}$) с образованием 3,2 атомов делящегося Pu.

Таким образом, термоядерный реактор с урановым бланкетом (гибридный реактор синтеза-деления) может служить эффективным переработчиком ядерного сырья (^{238}U) в ядерное горючее (^{239}Pu) для питания реакторов деления. В бланкете

гибридного реактора может использоваться и другой вид ядерного сырья (^{232}Th) с переработкой его в искусственное ядерное горючее — ^{233}U ($^{232}\text{Th}(n, \gamma)^{233}\text{Th}(\beta)^{233}\text{Pa}(\beta)^{233}\text{U}$), весьма эффективное для реакторов на тепловых нейтронах. Однако из-за меньшего сечения деления ^{232}Th по сравнению с ^{238}U коэффициент усиления мощности здесь будет лишь $M \sim 2$, значительно снизится и производительность по ^{233}U . Поэтому реактор с Th-бланкетом потребует более высокой нагрузки на 1-ю стенку.

В реальном бланкете из ^{238}U и Li можно рассчитывать на производство кроме ядра T 1,3—1,6 ядер ^{239}Pu на одну D—T-реакцию.

Эффективность бридинга в реакторах деления принято характеризовать величиной BG (*breeding gain*) — числом атомов делящегося Pu, произведенных в расчете на одну реакцию деления (т. е. на 200 МэВ выделившейся энергии) за вычетом сгоревших ядер Pu. Грубая оценка этой величины может быть получена из баланса нейтронов: из ν нейтронов, полученных при делении, 1 расходуется на деление и еще 1 — на воспроизводство сгоревшего ядра Pu. Тогда с учетом потерь a

$$BG \approx \nu - 2 - a.$$

При $\nu \approx 3$ эта величина обычно отрицательна в тепловых реакторах ($BG \approx -0,6$ в современных водоохлаждаемых реакторах) и составляет $BG \approx 0,2 - 0,3$ в быстрых реакторах с окисным топливом. В перспективных быстрых реакторах с улучшенным топливом рассчитывают получить $BG \approx 0,5$, так что избыточное производство Pu составляет для быстрых бридеров

$$r \approx \zeta \Phi BG \approx 60 - 150 \frac{\text{кг}}{\text{ГВт}(\tau) \cdot \text{год}}$$

при коэффициенте нагрузки $\Phi = 0,8$.

В гибридном реакторе при ν' нейтронов на деление, с учетом 1 нейтрона, истраченного на него, и потерь a'

$$BG_{\Gamma} \approx \nu' - 1 - a'$$

(здесь не учтены нейтроны, расходуемые в Li для воспроизводства трития, т. к. эти потери компенсируются нейтронами D—T-реакции).

Обычно $\nu' > \nu$ (при делении ^{238}U 14-МэВ нейтроном $\nu = 4,6$), а $a' < a$ (малы потери нейтронов на радиационное поглощение в ^{239}Pu составляющие в реакторе деления $a_{\alpha} = 2\alpha_9 \approx 0,4 - 0,8$, $\alpha_9 = \sigma_{n\gamma}^9 / \sigma_f^9$). В результате в гибридном реакторе с бланкетом из ^{238}U $BG \approx 2,3$, причем это значение мало зависит от конструкции бланкета. Производительность гибридного реактора по Pu составляет

$$r_{\Gamma} \approx 700 \frac{\text{кг}}{\text{ГВт}(\tau) \cdot \text{год}},$$

т. е. в 5—10 раз выше, чем у быстрых бридеров. Величина BG_{Γ}

говорит о том, что гибридный реактор производит гораздо больше ядерного горючего (в энергетическом эквиваленте), чем непосредственно энергии, он является подлинной «фабрикой плутония» для обеспечения ядерным горючим реакторов деления. Ясно, что столь эффективное производство ядерного горючего вместе с многократным усилением мощности урановым бланкетом значительно повышает экономичность гибридного реактора по сравнению с чисто термоядерным реактором, хотя, разумеется, гибридный реактор не реализует потенциальных достоинств термоядерного синтеза в снижении радиационной опасности. Облегчается и техническая задача создания экономичного реактора — необходимые экономические характеристики достигаются в реакторах относительно небольших размеров и при умеренных нагрузках на 1-ю стенку. Умножение энергии урановым бланкетом делает даже необязательным достижение условий зажигания самоподдерживающейся реакции синтеза, оказывается возможным использование схем с относительно бедным энергетическим балансом и с поддержанием D—T-реакции внешним источником энергии. Гибридный реактор не потребляет $P_{и}$ и все его производство идет на реакторы деления. Поэтому темпы строительства гибридных реакторов не ограничены подобно быстрым бридерам временами удвоения плутония.

Можно представить себе систему, состоящую из бридера и n реакторов на тепловых нейтронах той же мощности, которые обеспечиваются плутонием, нарабатываемым в бридере. В стационарном случае $n = \frac{BG_{\Gamma}}{|BG_{\Gamma}|} \simeq 4$ для современных легководных реакторов. В условиях развивающейся энергетики с учетом потребления плутония на загрузку новых реакторов $\frac{d}{dt} g_{\tau} N_{\tau}$ и задержки его в топливном цикле бридера τ величина n снижается до

$$n \simeq \frac{BG_{\Gamma}(1 - \omega\tau)}{|BG_{\Gamma}| + \omega\tau}, \quad (20)$$

где ω — темп роста энергетики, g_{τ} — удельная загрузка плутония в тепловой реактор, $\tau_{\tau} = g_{\tau}/\zeta$ — «время выгорания» для теплового реактора. Использование тепловых реакторов с улучшенным топливным балансом (например, водоохлаждаемых реакторов с «тесными» уран-водными решетками типа APWR или реакторов с топливом повышенной плотности с $BG \simeq -(0,2 - 0,3)$) позволяет и в условиях развития получить $n \simeq 4 - 5$.

Простые рассуждения приводят к следующей величине относительных затрат на топливообеспечение этой системы

$$B = \frac{K_B/K - \eta_B/\eta}{n + \eta_B/\eta}, \quad (21)$$

где K_B и K — удельные приведенные к начальному моменту затраты на бридер и реактор деления в расчете на 1 кВт тепловой мощности (в основном это — капитальные затраты), η_B и η — к. п. д. нетто для бридера и теплового реактора.

Величина B (доля затрат на исходное ядерное горючее — обогащенный уран) составляет в настоящее время $B \approx 0,1-0,2$, но будет расти с исчерпанием богатых урановых руд. Именно в низком значении B и состоят экономические преимущества ядерной энергетики. Роль бридинга состоит в том, чтобы удерживать B на низком уровне ($B \ll 1$) и при удорожании природного урана. Если взять в качестве предельной оценки для бридеров $B \approx 0,5$, то из (21) получим условие экономичности бридера

$$K_B/K \leq Bn + (1+B)\eta_B/\eta = 0,5n + 1,5\eta_B/\eta, \quad (22)$$

(21) и (22) указывают на большое значение для бридера как бридинговых качеств (n), так и энергетической эффективности (η_B). Последнее обстоятельство кажется на первый взгляд неожиданным для бридера с высоким n : ведь основная мощность в системе производится не бридером, а реакторами деления. Но дело в том, что в ядерной энергетике, в отличие от обычной, топливо стоит (и не может не стоять) дешево по отношению к прочим, в первую очередь — капитальным затратам, т. е. топливо много дешевле произведенной энергии, и хотя гибридный реактор производит топлива много больше (в энергетическом эквиваленте), чем энергии, по стоимости эти два продукта сравнимы.

Для современных быстрых бридеров $n \approx 0$ и условие (22) превращается в

$$\left(\frac{\eta K_R}{\eta_B K} \right) \leq 1,5,$$

т. е. капитальные затраты в быстрый реактор в расчете на 1 кВт электрической мощности могут превосходить таковые для тепловых реакторов не более 1,5 раз. Действительное соотношение, например, для реакторов Суперфеникс и PWR превышает 2.

Для гибридных реакторов с бедным энергетическим балансом ($\eta_B \approx 0$)

$$K_B/K \leq 2,$$

что представляется весьма жестким условием. Наконец для $\eta_B \approx \eta$

$$K_B/K \leq 3,5.$$

Судя по проработкам гибридных реакторов-токамаков, это соотношение может быть обеспечено при существующем на сегодня техническом уровне.

По этим причинам гибридный термоядерный реактор представляется естественным первым этапом практического использования УТС. Решая одну из главных проблем развивающейся ядерной энергетики деления, гибридный реактор послужит практически шагом к чисто термоядерному реактору для последующих этапов развития ядерной энергетики.

Возможные характеристики реактора-токамака гибридного типа (ГТРТ [12]) с газоохлаждаемым бланкетом приведены в таблице 7.

Таблица 7

Характеристики гибридного р-ра ГТРТ

а, м	$k=b/a$	В, Тл	$P_{II} \frac{МВт}{м^2}$	$N_{тепл}, ГВт$	Брутто $N_{Эл}, ГВт$	Пр-во Рн кг/год	КПД нетто %
1,5	2	6	1	6,9	2,4	4200	28

Изучаются и другие схемы гибридного реактора. Одна из интересных возможностей связана с обогащением ТВЭЛ для реакторов деления: в бланкет ставятся ТВЭЛ из обедненного урана или тория, в них накапливается $Pu(^{233}U)$ до концентрации, обеспечивающих критичность реактора на тепловых нейтронах ($\sim 2-4\%$). Извлеченные из бланкета сборки ТВЭЛ ставятся в реактор деления и «выжигаются» там до выгораний $\sim 20-40$ кг·осколков/т. Выгоревшие сборки снова ставятся в бланкет и дообогащаются для повторного выгорания в реакторе деления.

Привлекательность этой схемы состоит в исключении сложных и дорогих производств по радиохимической переработке топлива и дистанционному изготовлению ТВЭЛ из активных материалов, полученных после переработки. Но радиационная стойкость ТВЭЛ ограничивает возможность их многократного облучения в реакторе и бланкете.

Отсутствие требований критичности бланкета позволяет рассматривать и глубокое выгорание уранового или ториевого топлива непосредственно в нем, без реактора деления, до накопления осколков в $150-200$ кг/т, что также определяется стойкостью ТВЭЛ.

Кроме «быстрых» изучаются и «тепловые» бланкеты с замедлителем нейтронов с достижением по мере накопления Pu или ^{233}U высокого коэффициента размножения нейтронов. Здесь основная мощность выделяется за счет цепной реакции деления, а термоядерный источник нейтронов служит для первоначального накопления делящихся веществ и компенсации дефицита нейтронного баланса. Расчеты показывают, что в этом случае также можно рассчитывать на весьма глубокое выжигание ядерного сырья.

Эти возможности изучаются на тот случай, если технология радиохимической переработки топлива столкнется с чрезмерными трудностями или окажется неприемлемо дорогой. Конечно, при этом остается сложная проблема захоронения облученного топлива с большим количеством осколков и других высокоактивных веществ (Pu, трансплутониевых элементов и других).

В последние годы в США развивается концепция «бланкета с подавленным делением» [13], использующего в качестве сырья ^{232}Th , а в качестве размножителя нейтронов ^9Be . Отмечается, что при повышенной нагрузке на 1-ю стенку в этом случае могут быть достигнуты экономические показатели, близкие к «бланкету на быстрых нейтронах» в цикле ^{238}U —Pu, одновременно с улучшением условий расхолаживания бланкета в аварийных режимах.

Проблема бридинга ядерного горючего — одна из главных проблем на пути создания ядерной энергетики крупных масштабов. Оцениваемые мировые ресурсы относительно дешевого урана, как это следует из цифр, приведенных выше, не столь велики. Расчеты показывают, что уже в начале следующего века необходим переход от сжигания ^{235}U к бридингу вторичного ядерного горючего. Сейчас главные надежды возлагаются на реакторы на быстрых нейтронах, технически наиболее освоенные.

Но это не исключает других схем осуществления бридинга. Своевременное создание гибридных термоядерных бридеров с высокой производительностью по Pu открыло бы новые возможности построения крупномасштабной и многоотраслевой ядерной энергетики с реакторами разных типов. Одновременно гибридные реакторы послужат практически шагом к чисто термоядерным реакторам будущего.

7. ЗАКЛЮЧЕНИЕ

По своему происхождению и физической природе, как и по характеру главных проблем, управляемый термоядерный синтез является составной частью ядерного способа производства энергии, ядерной энергетики. Его место в ядерной энергетике будущего определяется присущими УТС потенциальными возможностями радикального снижения радиационной опасности при производстве ядерной энергии вместе с вовлечением в ядерный топливный баланс практически неограниченных ресурсов дешевых топлив. Рано или поздно эти качества приобретут решающее значение, что делает исследования по УТС необходимой частью ядерно-энергетической программы.

Изучение плазмозфизических закономерностей для токамаков и ряда других схем УТС вплотную подвело нас к этапу технической реализации физических идей, на котором становится осо-

бенно важным определением цели и направлений разработок и исследований.

Изучение концепций термоядерных реакторов показывает, однако, что коротких путей к экономичному и безопасному производству энергии за счет реакций синтеза нет, что полная реализация преимуществ УТС потребует времени и больших усилий в создании новейшей технологии, а затем и соответствующей промышленности.

Работа по УТС проходит на фоне хотя и не столь быстрого, как ожидалось ранее, но неуклонного роста ядерной энергетики деления, постепенного решения технических и экономических проблем ее развития. Ядерная энергетика превращается в крупную растущую отрасль промышленности, играющую все более важную, а в ряде районов и стран — определяющую роль в экономике.

Планирование программы УТС не может не учитывать этих условий. Постановка лишь далеких, конечных практических целей, рассмотрение УТС только как альтернативы реакторам деления едва ли соответствует интересам полнокровного развития этой программы.

Стоит вспомнить, что в начале работ по ядерной энергетике деления также высказывались мнения о целесообразности ее развития прямо на основе наиболее передовых концепций-реакторов на быстрых нейтронах, т. е. только бридинг позволяет решить топливные проблемы ядерной энергетики крупного масштаба. Действительное развитие пошло, однако, по пути создания сначала более простых и дешевых реакторов с легководным охлаждением, которые обеспечат экономичное получение ядерной энергии по меньшей мере до конца этого века и подготовят условия для перехода к бридингу.

На пути создания экономичного и радиационного безопасного термоядерного реактора стоит множество научных, технических и промышленных проблем. Мало вероятно, что все они будут решены «одним махом», скорее, как и реакторы деления, УТС должен будет пройти ряд длительных этапов до реализации всех своих потенциальных возможностей.

Ряд обстоятельств делает гибридный реактор синтеза—деления естественным первым этапом практического использования УТС:

— в качестве высокопроизводительного бридера он естественно включается в развивающуюся ядерную энергетику деления, содействуя решению одной из ее главных проблем;

— высокая производительность по Pu или ^{233}U позволяет обойтись относительно небольшим числом таких реакторов, т. е. ограниченным масштабом новых производств по изготовлению специфического для УТС оборудования;

— высокая производительность по Pu вместе с умножением мощности урановым blanketом упрощают физические и техни-

ческие проблемы создания экономичного реактора, позволяют обойтись наиболее продвинутыми схемами осуществления УТС, современными материалами.

Экономика гибридного реактора допускает использование токамаков с низкими β , плазменных ловушек со значительными энергетическими потерями, импульсных систем с умеренными коэффициентами усиления и с невысокими к. п. д. лазеров, обычных несверхпроводящих магнитов. Для гибридных реакторов достаточны умеренные размеры и термоядерная мощность, нагрузка на 1-ю стенку, термодинамические параметры цикла преобразования тепла в электричество. Предпочтительной для гибридного реактора является наиболее близкая к осуществлению, но и наименее привлекательная в радиационном отношении для чисто термоядерного реактора, D—T-реакция.

Вместе с тем конструкция гибридных реакторов включает все основные элементы чисто термоядерного реактора. Поэтому опыт создания и эксплуатации гибридных реакторов, развитые для них технология и промышленность послужат практической ступенью к термоядерным реакторам для следующих этапов ядерной энергетики. За это время смогут быть созданы новые радиационно стойкие и малоактивируемые конструкционные материалы, сверхпроводящие магниты, эффективные лазеры и другое оборудование, без чего невозможно достижение конечной цели УТС — экономически приемлемый и радиационно безопасный термоядерный реактор.

Проблемы создания термоядерного реактора трудны и новы, в совокупности они составляют широкое поле для совместного приложения знаний и изобретательности работниками многих областей науки и техники. Работа над термоядерным реактором неминуемо будет содействовать и общему прогрессу науки и техники на ряде передовых направлений, созданию новых технологий и материалов.

Путь к промышленным термоядерным реакторам еще долог, десятилетия потребуются для решения научно-технических задач и создания необходимого производственного потенциала. Ближайший этап на этом пути — создание опытного энергетического реактора, вокруг которого должна концентрироваться работа в предстоящие годы.

ЛИТЕРАТУРА

1. Александров А. П. Генеральный адрес, VII Мировой энергетический конгресс, Москва, 1968
2. Мухоматов В. С. Токамаки. Итоги науки и техники, сер. «Физика плазмы», М., ВИНТИ, 1980, 1, ч. I, 6
3. International Tokamak Reactor: Phase Two A, Part 1, IAEA, VIENNA, 1983
4. Gershtein S., Ponomarev L. «Phys. Lett», 1977, 72B, 80.

5. *Hafele W. et al.* Fusion and Fast Breeder Reactors, IIASA, RR-77-B Laxenburg, 1977
 6. *Petrov Yu.* «Nature», 1980, 285, 446
 7. *Кельхакер М.* «Физика плазмы», 1983, 9, 90
 8. Non-inductiv current drive in tokamaks. «Proc. of the IAEA techn. comm. meeting», Culham Lab. April 1983
 9. *Пистунович В. И., Шаталов Г. Е.* Итоги науки и техники, серия «Физика плазмы», 2, ВИНТИ, М., 1982
 10. FINESSE, PPG-821, USLA-ENG-84-30 Univ. of California, Los Angeles, October 1984
 11. *Марин С. В. и др.* «Нейтронная физика», ч. IV, 331, М., 1980. Материалы 5-й Всесоюзной конференции по нейтронной физике, Киев, 1980
 12. *Велихов Е. П., Глухих В. А., Гурьев В. В. и др.* «Атомная энергия», 1978, 44, 3
 13. *Lee J. D. et al.* Feasibility study of a Fission-Suppressed Tandem-Mirror Hybrid Reactor, UCID-19327, LLNL. April 1982
-

ФИЗИКА ПЛАЗМЫ КРУПНЫХ ТОКАМАКОВ

Б. Б. Кадомцев

ОГЛАВЛЕНИЕ

1. Введение	40
2. Нагрев плазмы	42
3. Удержание энергии и частиц плазмы	47
4. Предельное давление плазмы	55
5. Неустойчивость срыва	56
6. Управление примесями	57
7. Поддержание тока в плазме	59
8. Заключение	61

1. ВВЕДЕНИЕ

В 1975 г. в Институте атомной энергии имени И. В. Курчатова вступил в строй токамак Т-10 с объемом плазмы более 4 м³. Вскоре заработала американская установка РЛТ примерно тех же размеров, а затем семейство токамаков с объемом плазмы в несколько кубических метров пополнилось еще несколькими токамаками. Нельзя сказать, что физика плазмы в новых токамаках оказалась совсем не похожей на ту, которая была изучена в установках меньших размеров [1, 2]. Но все же переход к новым масштабам принес новое качество: высокотемпературная плазма была дальше отодвинута от стенок, и поэтому ее физические свойства стали доступны для изучения в более чистом виде. Укрупненные размеры камеры и увеличение диагностических патрубков позволило установить большее количество более точной диагностической аппаратуры. А самое главное, практически все новые токамаки довольно быстро перешли от использования только омического нагрева плазмы к освоению очень мощных систем дополнительного нагрева, которые иногда во много раз превосходят по мощности слабый омический нагрев. И наконец, в крупных токамаках удалось поставить гораздо больше качественно новых экспериментов: по изучению законов удержания энергии и частиц плазмы, по устойчивости плазмы достаточно высокого давления, по управлению примесями и неомическим методам поддержания тока в плазме. Все это в целом позволяет говорить о физике крупных токамаков, хотя и довольно условно: появление новых резуль-

татов на крупных токамаках позволило поставить специальные эксперименты на установках меньших размеров, и таким образом, вклад меньших собратьев в новую физику также оказался весьма ценным. Его, естественно, не следует отмежевывать от физики плазмы в крупных токамаках.

Само понятие «крупный» меняется на наших глазах: дело в том, что в последние годы вступили в строй еще более крупномасштабные установки с объемом плазмы в десятки кубических метров. Мы имеем в виду американский TFTR, европейский JET и японский JT-60. В стадии строительства находится еще две сверхпроводящие установки того же класса: T-15 в СССР и TORUS—SUPRA II во Франции. Новое поколение токамаков уже начало выдавать первые экспериментальные результаты. А следующее поколение — поколение термоядерных реакторов большой мощности должно быть еще более крупным. Разные поколения токамаков условно представлены на рис. 1, где по оси абсцисс указаны размеры установок, а оси ординат — быстро возрастающее с размерами энергетическое время жизни — основная характеристика удержания энергии плазмы в сильном магнитном поле токамака. Для реактора эта величина должна составлять не менее одной-полутора секунд. Как видно из рис. 1, хотя точность соответствующей экстраполяции и не очень велика, уверенная поступь новых токамаков неуклонно ведет к конечной цели — к термоядерному реактору.

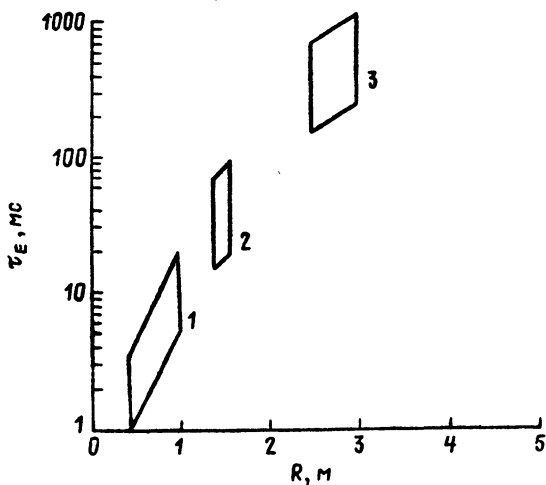


Рис. 1. Энергетическое время жизни в трех поколениях токамаков:

1 — небольшие установки: TM-3, T-11, T-4, ISX-B и др., 2 — крупные установки: T-10, PLT, PDX, DOUBLET-III, ASDEX, 3 — большие токамаки: TFTR, JET, T-60, T-15, TORUS-SUPRA II

2. НАГРЕВ ПЛАЗМЫ

Для протекания термоядерной реакции плазму нужно нагреть до температуры около 10 кэВ (~ 100 миллионов градусов). В токамаке высокая температура плазмы достигается даже при чисто омическом нагреве за счет выделения джоулева тепла протекающего по плазме тока I_p . Но это все же не сто миллионов градусов: в токамаках класса Т-10 температура при джоулевом нагреве составляет около одного кэВ, а в более крупных TFTR и JET она поднимается до трех-четырех кэВ. К сожалению, если не говорить о компактных токамаках с очень сильным магнитным полем и, соответственно, высокой удельной мощностью нагрева, дальнейшее повышение температуры плазмы при чисто омическом нагреве затруднено. Дело в том, что сопротивление плазмы убывает с температурой как $T^{-3/2}$, а потери энергии возрастают с температурой. Поэтому для дальнейшего продвижения к термоядерным температурам требуется дополнительный нагрев плазмы.

Этот нагрев должен быть достаточно мощным, во всяком случае, более мощным, чем омический нагрев. Мощность омического нагрева равна $P_{\text{ом}} = VI_p$, где V — напряжение обхода, I_p — ток в плазме. В токамаках величина V составляет обычно $1 \div 2$ вольта (при дополнительном нагреве она снижается из-за уменьшения сопротивления плазмы). Ток I_p в крупных токамаках достигает мегаамперного уровня: в JET — 3 МА, TFTR — 2 МА, а в установках класса Т-10 $0,3 \div 0,8$ МА. Таким образом, мощность омического нагрева обычно составляет около одного мегаватта. Следовательно, эффективный дополнительный нагрев требует мощностей более мегаватта.

Существует несколько методов мощного нагрева плазмы. Одним из наиболее простых с электротехнической точки зрения является адиабатическое сжатие плазмы. Плазма в токамаке представляет собой виток, тор с малым радиусом a и большим радиусом R . Соответственно, плазму можно сжимать либо по малому радиусу a , делая виток более тонким, либо по большому радиусу R , сжимая весь плазменный «бублик». Метод адиабатического сжатия плазмы был использован в установках сравнительно небольших масштабов АТС и Туман, а также на TFTR. В крупных установках он не столь удобен, так как при этом приходится достаточно сильно воздействовать на плазменный виток, что может ухудшить удержание плазмы.

Существует еще целый ряд более «мягких» методов нагрева плазмы с использованием либо нейтральных пучков, либо полей высокой частоты. Схема нагрева плазмы пучками нейтральных атомов представлена на рис. 2. Как мы видим, она очень проста: атомы с очень высокой энергией беспрепятственно проходят через магнитное поле и проникают в плазму, где они либо захватываются за счет перезарядки на ионах плазмы,

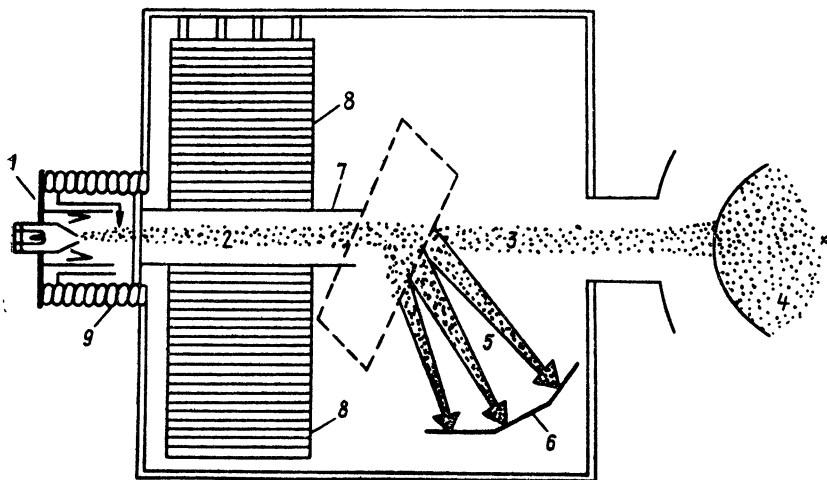


Рис. 2. Схема нагрева плазмы пучком нейтральных атомов:

1 — источник плазмы, 2 — ионы и нейтралы, 3 — нейтралы, 4 — плазма, 5 — отклоненные в сторону ионы, 6 — приемник ионов, 7 — нейтрализатор, 8 — криопанели, 9 — ускоряющий ионы потенциал

либо ионизируются электронными и ионными ударами. Захваченные магнитным полем быстрые ионы замедляются в плазме за счет столкновений с электронами и ионами и тем самым нагревают плазму. Физика нагрева, таким образом, достаточно проста, сам нагрев весьма эффективен и, что немаловажно, осуществляется нагрев, главным образом, ионной компоненты плазмы. Именно нейтральная инжекция позволила сделать первые шаги по эффективному нагреву плазмы. В свое время, на американской установке PLT удалось нагреть плазму до температуры в 7 кэВ, а недавно этим же методом была достигнута рекордная температура 10 кэВ на установке TFTR. Рис. 3 показывает, как изменялась со временем температура ионов в TFTR при нагреве плазмы с мощностью нейтральной инжекции 4,2 МВт [3].

Метод нейтральной инжекции очень удобен. Пучок нейтралов проникает довольно глубоко в плазму и при правильном подборе энергии инжектируемых ионов он позволяет греть центральную наиболее горячую область плазмы. Нагрев нейтральной инжекцией обычно не дает побочных эффектов существенного ухудшения параметров плазмы. Единственным исключением, пожалуй, являются необычная плазменная активность на PDX, которая получила название колебаний типа «рыбьих костей» [4]. Это название возникло из-за внешнего вида осциллограммы всплеск ВЧ колебаний плазмы в виде цепочки нелнейных всплесков.

Теория показала, что эти колебания возникают из-за неустойчивости плазмы при взаимодействии винтовых искривле-

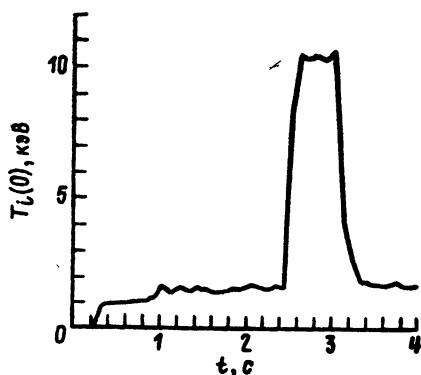


Рис. 3

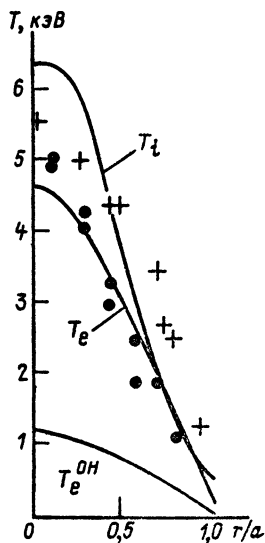


Рис. 4

Рис. 3. Нагрев ионов в TFTR. Ток в плазме $I_p=0,7$ МА, средняя плотность $\bar{n}_e=1,14 \cdot 10^{13}$ см $^{-3}$, мощность $P_{НВ}=4,2$ МВт

Рис. 4. Нагрев ионов и электронов в установке DOUBLET-III при высокой плотности:
 $\bar{n}_e=6,5 \cdot 10^{14}$ см $^{-3}$, $B_T=26$ Гс, $I_p=0,8$ МА; точки и крестики—эксперимент, кривые—расчет

ний плазменного шнура с «хвостом» энергичных ионов, связанным с инжекцией. На PDХ инжекция производилась почти перпендикулярно плазменному шнуру. При такой инжекции создавалась благоприятная ситуация для резонанса между колебаниями плазменного шнура и дрейфующими в неоднородном магнитном поле горячими ионами. При косой инжекции таких колебаний не наблюдается.

Таким образом, инжекция нейтральных частиц — это очень удобный метод нагрева с точки зрения процессов, происходящих в плазме. Именно поэтому он очень эффективно используется во многих крупных токамаках. На рис. 4, например, показана зависимость центральных значений электронной и ионной температур от мощности инжекции в установке DOUBLET-III при сравнительно высокой плотности плазмы ($n=(4 \div 7,5) \cdot 10^{13}$ см $^{-3}$, $I_p=750 \div 800$ кА, $B_T=2,0 \div 2,6$ Тл) [5]. На этой установке получен рекордный выход термоядерных реакций мощностью в 600 кВт.

Однако сами инжекторы нейтральных частиц устроены довольно сложно. Кроме того, их использование в будущих термоядерных реакторах с D—Т-реакцией сопряжено с определен-

ными трудностями, поскольку ионный ускоритель с достаточно точной и капризной оптикой, будет подвергаться излучению нейтронов. Поэтому наряду с инжекторами, уже доказавшими свою эффективность в физических экспериментах, исследуются и другие методы нагрева, а именно, различные типы высокочастотных электромагнитных полей. Одним из наиболее удобных методов нагрева плазмы является нагрев электронов на электронно-циклотронном резонансе. Он стал возможным благодаря появлению очень мощных генераторов миллиметрового излучения — так называемых гиротронов. Гиротроны были изобретены и разработаны в СССР коллективом Института Прикладной физики АН СССР под руководством академика А. В. Гапонова—Грехова.

Принцип нагрева плазмы гиротронов схематически представлен на рис. 5. Гиротрон представляет собой открытый ре-

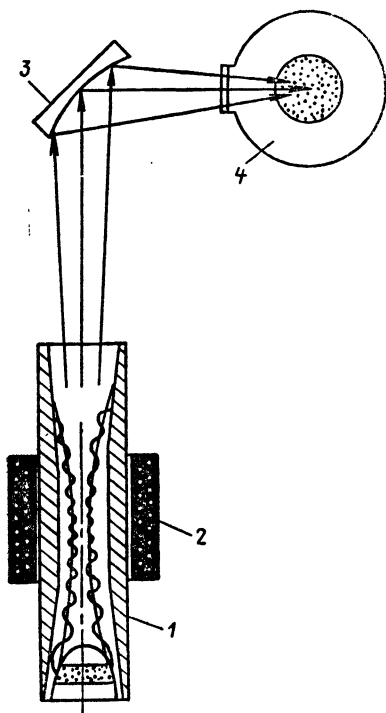


Рис. 5

Рис. 5. Схема нагрева плазмы гиротроном:
1 — гиротрон, 2 — соленоид, 3 — зеркало, 4 — плазма

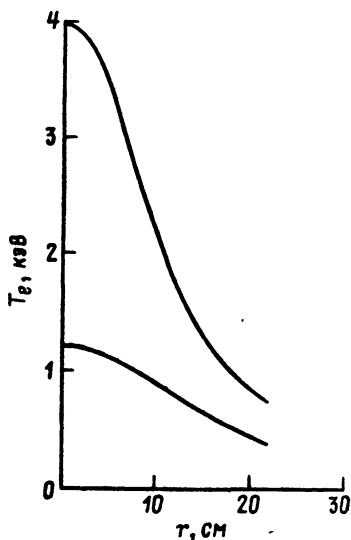


Рис. 6

Рис. 6. Нагрев плазмы в токамаке $T=10$:

$\bar{n}_e = 1,5 \cdot 10^{13} \text{ см}^{-3}$, $q(a) = 4$, $B_T = 30,4 \text{ кГс}$, нижняя кривая — разряд с омическим нагревом, верхняя — разряд с дополнительным СВЧ-нагревом, $P_{\text{СВЧ}} = 0,6 \text{ МВт}$ в плазме

зонатор, который возбуждается проходящим через него электронным пучком. Резонатор находится в магнитном поле, создаваемом соленоидом. Электронный пучок, входя в резонатор, замедляет свою продольную скорость, а его энергия переходит в поперечную энергию ларморовского вращения. Именно поперечное вращение электронов и генерирует волну на электронном циклотронном резонансе. Эту волну направляют в плазму токамака и там волна поглощается опять-таки на электронном циклотронном резонансе. Другими словами, она находит область с тем же значением магнитного поля, где взаимодействует резонансно с частицами.

В токамаке магнитное поле зависит от большого радиуса R и пропорционально току в катушках тороидального магнитного поля. Изменяя этот ток, можно по своему усмотрению передвигать зону резонанса, что создает уникальные возможности контролируемого локального вклада мощности.

Наиболее крупномасштабный эксперимент по электронно-циклотронному нагреву плазмы был поставлен на Т-10 [6]. Созданный на установке гиротронный комплекс состоит из шести гиротронов с суммарной мощностью 1,2 МВт, что значительно превышает мощность омического нагрева. На рис. 6 показаны радиальные профили электронной температуры в Т-10 при омическом нагреве и при нагреве гиротронами с мощностью 600 кВт в плазме при плотности $\bar{n}_e = 1,5 \cdot 10^{13} \text{ см}^{-3}$. Как мы видели, электронная температура возросла более, чем в три раза, причем удержание плазмы осталось хорошим (см. ниже). Возможность локального вклада энергии при ЭЦР-нагреве позволило провести уникальные эксперименты по влиянию профиля температуры и плотности тока на удержание плазмы (см. раздел 3). Эффективность ЭЦР-нагрева высока, и физика нагрева электронов достаточно ясна и проста. Но пока еще гиротроны имеют не очень высокую единичную мощность, поэтому не прекращается, а скорее, даже интенсифицируются эксперименты по нагреву плазмы на меньших частотах, где могут быть использованы более традиционные генераторы. Сюда относится нагрев на нижнем гибридном резонансе, на ионном циклотронном резонансе и на МГД резонансах.

Особенно успешными следует считать эксперименты по нагреву плазмы на ионно-циклотронном резонансе. Были использованы различные типы резонансов, в частности, достаточно успешно сработала схема малой присадки ионов, на которой осуществляется резонанс. При этом волна достаточно легко достигает области, где осуществляется резонанс на малой добавке, а сами эти ионы нагреваются до высоких энергий, играя роль пучка в плазме, так что физика нагрева оказалась сходной с физикой нагрева нейтралами [7]. На рис. 7 представлены результаты нагрева ионной компоненты плазмы в установке

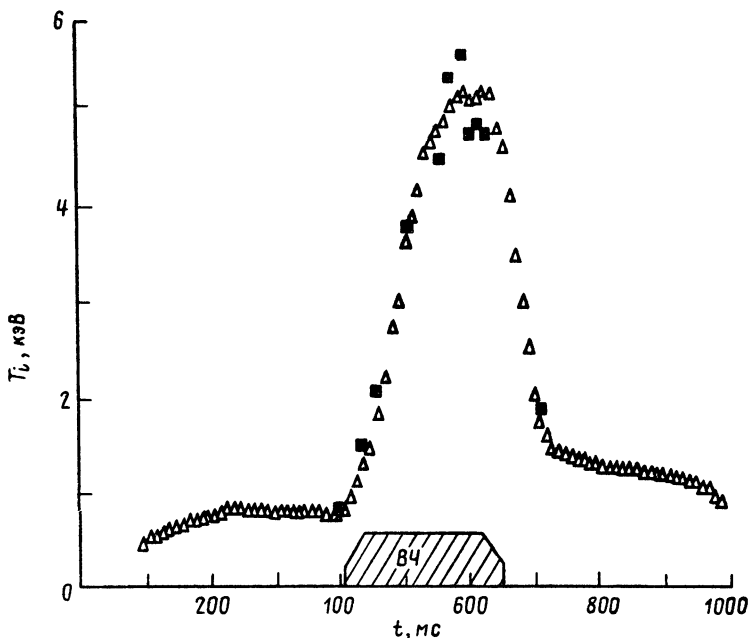


Рис. 7. Нагрев ионов в плазме PLT на ионно-циклотронном резонансе

PLT при малой добавке ^3H к дейтерию. Как мы видим, при мощности 4,3 МВт и плотности плазмы $\bar{n}_e = 3,7 \cdot 10^{13} \text{ см}^{-3}$ ионная температура поднялась выше 5 кэВ. Таким образом, перспективы ионно-циклотронного нагрева представляются не хуже, чем у нейтральной инжекции.

Итак, современные методы нагрева в крупных установках позволили получить плазму с температурой в несколько кэВ, а на TFTR была достигнута температура ионов реакторного уровня 10 кэВ.

3. УДЕРЖАНИЕ ЭНЕРГИИ И ЧАСТИЦ ПЛАЗМЫ

Магнитное удержание плазмы токамака по-прежнему представляет главную цель исследований на токамаках. Ведь именно уровень потерь энергии из токамака определяет критический размер реактора, а удержание частиц сильно влияет на состав плазмы и является очень важным для осуществления стационарного горения термоядерной реакции. Крупные токамаки позволили существенно продвинуться в понимании физики магнитного удержания плазмы токамака.

Многочисленными экспериментами было показано, что ионный канал потерь энергии соответствует предсказаниям так

называемой неоклассической теории, развитой советскими учеными А. А. Галеевым и Р. З. Сагдеевым [8], причем обычно согласие имеет место с точностью, не превышающей фактора двойки—тройки. Главным каналом потерь в высокотемпературной плазме является электронный, т. е. аномальная электронная теплопроводность. Исследованию электронной теплопроводности было посвящено очень много работ, как экспериментальных, так и теоретических. В результате было показано, что в режиме омического нагрева имеет место согласие большого числа экспериментов, так что можно предложить эмпирический скейлинг, т. е. универсальную эмпирическую зависимость для энергетического времени жизни τ_E , а иногда и для коэффициентов электронной теплопроводности $n\chi_e$ и диффузии D (χ_e — электронная температуропроводность, n — плотность плазмы). Одна из наиболее аккуратных серий экспериментов по определению χ_e и D была проведена Мережкиным и Муховатовым [9] на сравнительно небольшом токамаке Т-11. Найденная ими эмпирическая зависимость представлена на рис. 8. Как видно, χ_e и D оказываются пропорциональными $\sqrt{T_e/nqR}$. От-

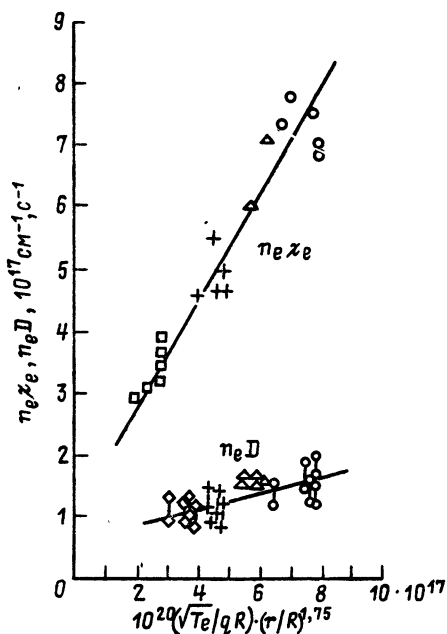


Рис. 8. Скейлинг Мережкина—Муховатова для установки Т-11:

светлые точки — $q_L = 2,5$, $a_L = 20$ см, $\bar{n}_{13} = 1,5$; крестики — $q_L = 4$, $a_L = 20$, $\bar{n}_{13} = 1,5$; квадратики — $q_L = 2,5$, $a_L = 12,5$, $\bar{n}_{13} = 1,5$; ромбики — $q_L = 2,5$, $a_L = 15$, $\bar{n}_{13} = 1,5$; треугольники — $q_L = 2,5$, $a_L = 20$, $\bar{n}_{13} = 3,5$

сюда следует, что время жизни τ_E должно возрастать с плотностью, что было установлено ранее на ALCATOR-A. Более поздние эксперименты на ALCATOR-C на некоторое время посеяли сомнения в правильности соотношения $\tau_E \sim n$, однако в последующем при инжекции крупинки была восстановлена эта зависимость с уточненными данными о зависимости от a и R . В результате был получен так называемый неоалкаторный скейлинг для τ_E в режиме омического нагрева: $\tau_E \sim \bar{n} R^2 a q$. Этот скейлинг был подтвержден экспериментами на самых крупных установках. На рис. 9 показано [10], что неоалкаторный скейлинг хорошо согласуется с результатами измерения τ_E на установках PLT и TFTR (в режиме омического нагрева). На рис. 10 показано, что неоалкаторный скейлинг хорошо согласуется с данными по τ_E на самой крупной термоядерной установке JET, где была получена рекордная величина энергетического времени жизни $\tau_E = 0,8$ с [11]. Заметим, что скейлинги T-11 и неоалкаторный сходны друг с другом, отличаясь лишь слабой неблагоприятной зависимостью от температуры в случае скейлинга T-11.

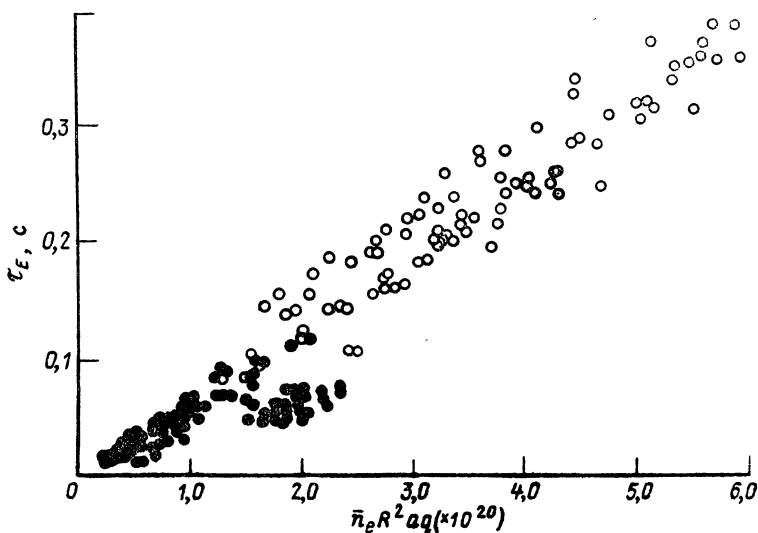


Рис. 9. Неоалкаторный скейлинг для установки PLT (темные точки) и TFTR (светлые точки) при омическом нагреве плазмы; $\tau_E = 0,07 \cdot \bar{n}_e R^2 a q$

Более сложно обстоит дело в случае дополнительного нагрева. Главное различие состоит в том, что зависимость $\tau_E \sim n$ в режиме с дополнительным нагревом начиная с некоторых значений плотности перестает действовать, и τ_E становится не зависящей от плотности. Характерная картина такого поведения

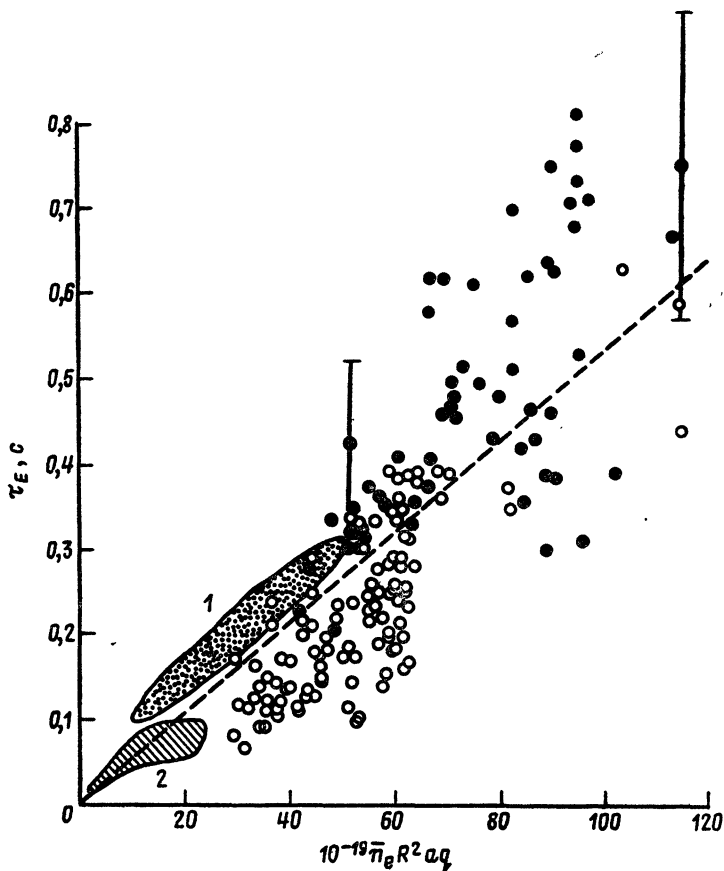


Рис. 10. Энергетическое время жизни для режимов с омическим нагревом на установке JET:

темные точки — дейтериевая плазма, светлые точки — водородная плазма, 1 — TFTR, 2 — PLT

представлена на рис. 11, где представлены данные для энергетического времени жизни в сравнительно небольшой установке ISX-B для различных режимов [12]. Аналогичная картина имеет место и в других токамаках. На рис. 12, например, показана зависимость τ_E от плотности при омическом нагреве и при нагреве быстрыми нейтралами в установке TFTR [3]. Как мы видим, картина сходна, несмотря на очень большое различие в размерах установок.

Еще более интересно, что существуют различные режимы удержания. Впервые это было обнаружено на установке ASDEX, где было показано существование двух режимов удержания — плохого — L (low) и хорошего — H (high). Зависи-

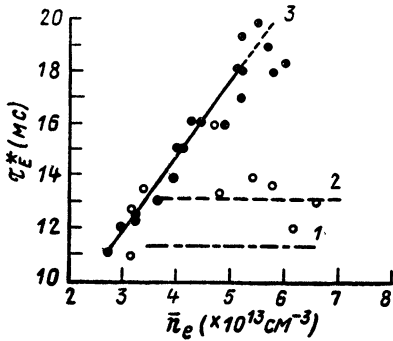


Рис. 11. Время удержания энергии в ISX-B в зависимости от плотности: $R = 93$ см, $a = 26$ см, $I_p = 170$ кА. 1 — скейлинг ISX-B; 2 — без инъекции неона; 3 — с инъекцией неона $P_b = 0,9$ МВт

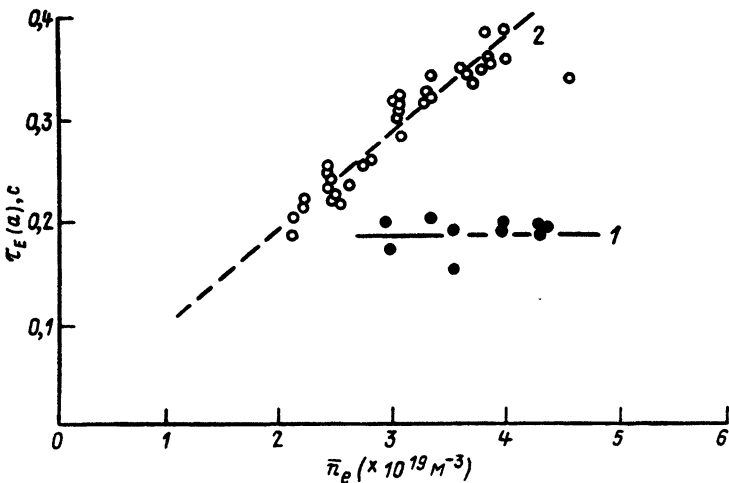


Рис. 12. Зависимость времени жизни от плотности в установке TFTR, $B_T = 4$ Тл, $I_p = 1,8$ МА: 1 — инъекция $H^0 \rightarrow D^+$, $P_{NBI} = 1,6-3,6$ МВт, удержание соответствует L -режиму, 2 — чисто омический нагрев

мость τ_E от плотности для L и H режимов показана на рис. 13 [13]. Сравнение с TFTR показывает, что в этой последней установке осуществляется пока что только L -режим. Наличие различных режимов удержания было показано и на других установках. Возвращаясь к рис. 11, мы видим, что при напуске в плазму неона имеет место лучшее удержание плазмы, и зависимость $\tau_E \sim n$ омического режима восстанавливается. Аналогичное явление наблюдается в токамаке ALCATOR-C (рис. 14), где при инъекции таблеток восстанавливается зависимость $\tau_E \sim n$ (насыщение светлых точек с плотностью связано с вкладом ионной теплопроводности).

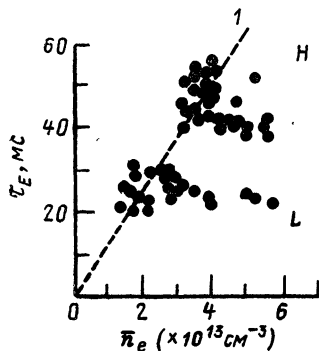


Рис. 13

Рис. 13. *L*- и *H*-режимы в установке ASDEX:
1 — τ_E по скейлингу T-11

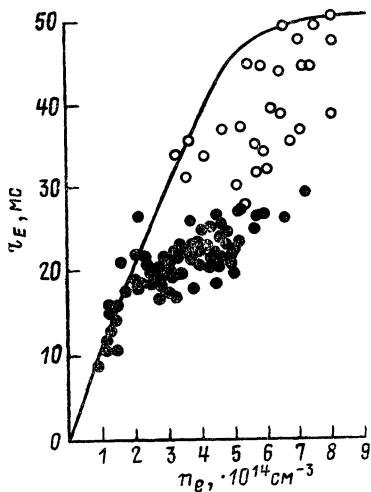


Рис. 14

Рис. 14. Энергетическое время жизни в токамаке ALCATOR-C:
темные точки — подпитка газом, светлые точки — инжекция таблеток

Возникает вопрос, как систематизировать все эти данные и какова может быть физика этих явлений. Самый простой способ обобщения экспериментальных данных состоит в отыскании эмпирической зависимости, которая бы достаточно точно суммировала данные эксперимента. Такой подход был реализован Голдстоном [14]. Он показал, что достаточно удовлетворительно данные экспериментов на многих установках можно аппроксимировать соотношением:

$$\frac{1}{\tau_E^2} = \frac{1}{\tau_{E,\text{OH}}^2} + \frac{1}{\tau_{E,\text{AUX}}^2}.$$

Здесь $\tau_{E,\text{OH}}$ соответствует неалкаторному скейлингу для режима с омическим нагревом:

$$\tau_{E,\text{OH}} = 7 \cdot 10^{-22} \bar{n}_e R^2 a q,$$

где \bar{n}_e — средняя электронная плотность, R — большой, a — малый радиусы, q — запас устойчивости на границе плазмы; $\tau_{E,\text{AUX}}$ представляет собой энергетическое время жизни при дополнительном нагреве, которое для *H*-моды может быть аппроксимировано соотношением:

$$\tau_{E,\text{AUX}} = 1,3 \cdot 10^{-7} K^{0,5} I_p P_{\text{tot}}^{-0,5} a^{-0,37} R^{1,75}.$$

Здесь $K = b/a$ — вытянутость поперечного сечения плазмы, I_p —

ток плазмы в амперах, P_{tot} — мощность нагрева в ваттах. Для L -режима численный коэффициент в формуле для $\tau_{E,\text{AUX}}$ имеет в два раза меньшее значение.

Как мы видим, $\tau_{E,\text{AUX}}$ довольно быстро убывает с P_{tot} . В эту зависимость неявно включено падение τ_E с P_{tot} просто из-за перехода от одного режима удержания в другой, поэтому степенная аппроксимация зависимости τ_E от P_{tot} не может считаться удовлетворительной.

Поясним это подробнее. Энергосодержание плазмы W при омическом нагреве может быть представлено в виде $W = \tau_{E,\text{он}} P_{\text{он}}$, где $P_{\text{он}}$ — мощность омического нагрева. При добавлении, например, нагрева пучком с мощностью P_b энергосодержание при не очень больших P_b можно представить в виде

$$W = \tau_{E,\text{он}} P_{\text{он}} + \tau_b P_b.$$

Коэффициент τ_b может быть меньше $\tau_{E,\text{он}}$, так как энергия пучка по сравнению с джоулевым нагревом вкладывается ближе к периферии плазмы. Определяя формально $W = \tau_{E,\text{AUX}} P_{\text{tot}}$, где $P_{\text{tot}} = P_{\text{он}} + P_b$, получим

$$\tau_{E,\text{AUX}} = \tau_b + \frac{\text{const}}{P_{\text{tot}}},$$

где $\text{const} = (\tau_{E,\text{он}} - \tau_b) P_{\text{он}}$. Таким образом, $\tau_{E,\text{AUX}}$ убывает с P_{tot} , причем некоторые эксперименты на токамаках лучше согласуются именно с зависимостью $\tau_E \sim A + B/P_{\text{tot}}$, где A и B — константы. Очевидно, что именно величина τ_b является более адекватной характеристикой плазмы при дополнительном нагреве, к ней и стремится τ_E при достаточно большом P_{tot} .

Результаты H -режима установки ASDEX удовлетворительно описываются скейлингом

$$\tau_E = 10^{-9} I_p R \sqrt{A_i / 2},$$

где A_i — атомный вес ионов, I_p — ток плазмы в амперах, R — большой радиус в сантиметрах. Результаты TFTR, относящиеся к L -режиму, могут быть описаны эмпирическим соотношением $\tau_E \cong 10^{-7} I_p$, что примерно вдвое меньше значения τ_E для установки ASDEX в H -режиме. Различие удержания плазмы в L и H режимах, вероятнее всего, связано с различием в профилях $T_e(r)$ и соответственно $j(r)$. На это указывают многие эксперименты, а более прямым образом это было продемонстрировано на установке T-10.

На этой установке были проведены эксперименты по нагреву плазмы СВЧ волнами при электронном циклотронном резонансе. При ЭЦР нагреве можно локально вводить энергию, изменяя профиль $T_e(r)$. Соответствующие зависимости энергосодержания плазмы от полной мощности представлены на рис. 15. Зависимости (1) и (2) соответствуют скейлингу T-11, согласно которому $\tau_E \sim \sqrt{T_e}$; а кривые 4, 3 построены согласно

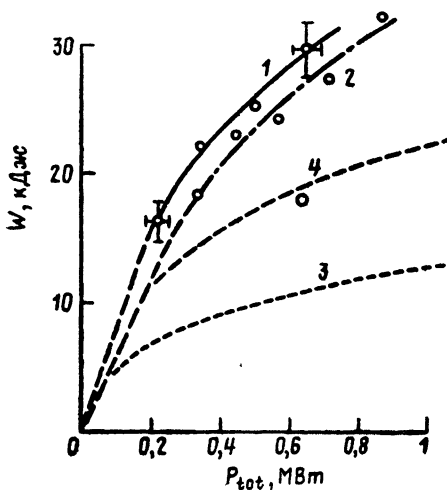


Рис. 15. Зависимость энергосодержания от полной мощности (омической плюс ЭЦР-нагрев) в установке Т-10 при $I_p=0,18$ МА (кривая 1) и $I_p=0,27$ МА (кривая 2). Кривые 3 и 4 соответствуют скейлингу Кэя и Голдстона [14a] для токов 0,18 и 0,27 МА соответственно

Голдстону и, как видно, они не описывают экспериментальные данные, за исключением лишь одной точки на кривой 4. Эта точка была получена в конце достаточно длинного импульса нагрева, когда происходило перераспределение плотности тока $j(r)$ и удержание ухудшилось. Этот эксперимент прямо свидетельствует о влиянии профиля $j(r)$ на удержание электронной компоненты энергии.

Феноменологически аномальный электронный транспорт можно понять как результат микротурбулентности, приводящей к слабой стохастизации магнитного поля. Источник неустойчивости может быть расположен на периферии плазмы. Эти колебания несколько возмущают магнитные поверхности, и вблизи магнитных отрывов они могут осуществлять накачку магнитных шумов в очень мелкие масштабы. В результате этого магнитное поле становится слабо стохастическим, «мохнатым», что приводит к возможности диффузии электронов поперек плазменного шнура при их движении вдоль силовых линий. При больших плотностях величина электронной теплопроводности пропорциональна мощности накачки шумов. А при понижении плотности происходит насыщение магнитных флуктуаций на поперечном волновом числе $k_{\perp} \sim \omega_{pe}/c$, т. е. обратной толщине бесстолкновительного скин-слоя. Это естественно приводит к скейлингу Т-11.

Таким образом, результаты современных экспериментов находят физическое объяснение. Что касается практических выводов, то они состоят в том, что удержания плазмы токамака достаточно для создания термоядерного реактора с зажиганием D—T-реакции, хотя при этом требуется тщательный контроль плотности тока для уменьшения уровня магнитных колебаний.

Большое количество экспериментальных данных получено также и в отношении транспорта частиц. По большей части коэффициент диффузии также аномален и составляет около $(1/4 \div 1/3)\chi_e$. Детальное исследование транспорта частиц, в частности, примесей составляет предмет детальных экспериментов.

4. ПРЕДЕЛЬНОЕ ДАВЛЕНИЕ ПЛАЗМЫ

При увеличении давления плазмы может наступать неустойчивость винтовой (ее называют также «кинк») моды или так называемых баллонных мод. Поэтому при данном давлении магнитного поля существует некоторое предельное давление плазмы p . Его лучше характеризовать предельной величиной отношения давления плазмы к давлению магнитного поля

$$\beta = \frac{8\pi p}{B^2}.$$

К настоящему времени выполнено большое количество численных расчетов и экспериментов по определению предельного $\beta = \beta_c$. В качестве примера на рис. 16 приведены результаты измерения β в токаке ASDEX [18]. Результаты можно суммировать так: измеренные величины β не превышают величины $\beta_c = gI_p/aB_T$ (МА, м, Тл), где численный коэффициент $g \cong 4$.

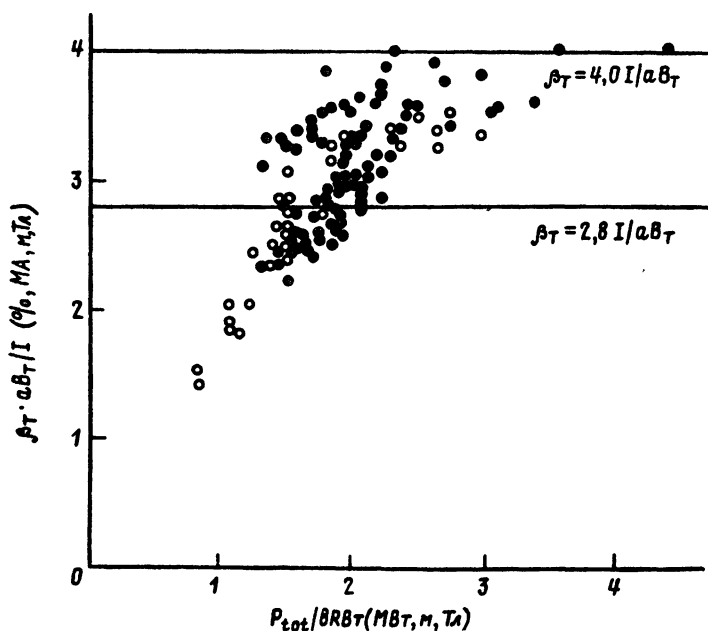


Рис. 16. Предельные β в установке ASDEX

Расчеты показывают, что баллонные моды ограничивают g на величине $g \cong 4$, а кинк-моды могут давать и меньшие значения ~ 3 . (см. статью Л. М. Дегтярева и др. в этом выпуске).

Таким образом, фактор g составляет величину $3 \div 4$.

Величина β_c очень важна для реактора — она определяет необходимое магнитное поле и в конечном счете стоимость реактора. Поэтому продолжают эксперименты по исследованию возможностей увеличения β_c путем изменения формы сечения плазменного шнура.

5. НЕУСТОЙЧИВОСТЬ СРЫВА

Еще в ранних экспериментах на небольших токамаках было обнаружено очень интересное явление быстрого развития не-

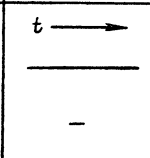
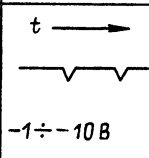
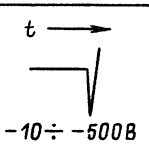
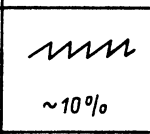
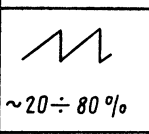

Тип срыва	Пилообразные колебания	Малый срыв	Большой срыв
Напряжение	 —	 $-1 \div -10 \text{ В}$	 $-10 \div -500 \text{ В}$
Рентгеновский сигнал ΔX	 $\sim 10\%$	 $\sim 20 \div 80\%$	 Падает в несколько раз
$\Delta T_e(0)$	$\sim 10\%$	$\sim 20 \div 50\%$	$\sim 90\%$
Δn_e	$\sim 1-4\%$	$\sim 10\%$	$\sim 30\%$
$\tilde{v}_\theta / v_\theta$	—	$\leq 4\%$	$\sim 15 \div 20\%$
m	$1, 0$ →	$(3), 2, 1, (0)$ →	$(3), 2, 1, 0, 3, 4$ →

Рис. 17. Срывы в токамаке

устойчивости плазменного шнура, которая получила название неустойчивости срыва. При срыве происходит уплощение плотности тока и выброс за пределы шнура части полоидального магнитного потока, что проявляется в виде отрицательных выбросов на напряжении обхода. К настоящему времени достигнута достаточно подробная систематизация срывов различного масштаба, вплоть до большого срыва, который обычно приводит к разрушению плазмы (рис. 17). Физика срыва была понята после того, как было обнаружено другое не менее загадочное, но более спокойное физическое явление — так называемые пилообразные колебания [19]. Эти колебания состоят в периодически повторяющихся импульсах релаксации температуры в центре плазмы. Пример [20] таких колебаний в T-10 представлен на рис. 18.

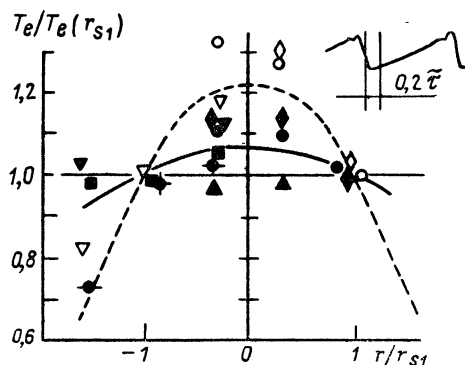


Рис. 18. Пилообразные колебания в T-10:
 светлые значки и пунктир — T_e до срыва, темные значки и сплошная линия — T_e после срыва

Пилообразные колебания, а затем и неустойчивость срыва были объяснены на основе физического явления перезамыкания магнитных силовых линий — явления, широко распространенного в околоземной и солнечной плазмах.

6. УПРАВЛЕНИЕ ПРИМЕСЯМИ

Плазма токамака-реактора должна быть очень чистой. В реакторе обязательно должны быть созданы условия для очистки плазмы от гелия — продукта D—T-реакции — и от тех примесей, которые поступают со стенок вакуумной камеры. К настоящему времени на крупных и средних токамаках выполнены эксперименты, показывающие что контроль уровня примесей в плазме может осуществляться с помощью так на-

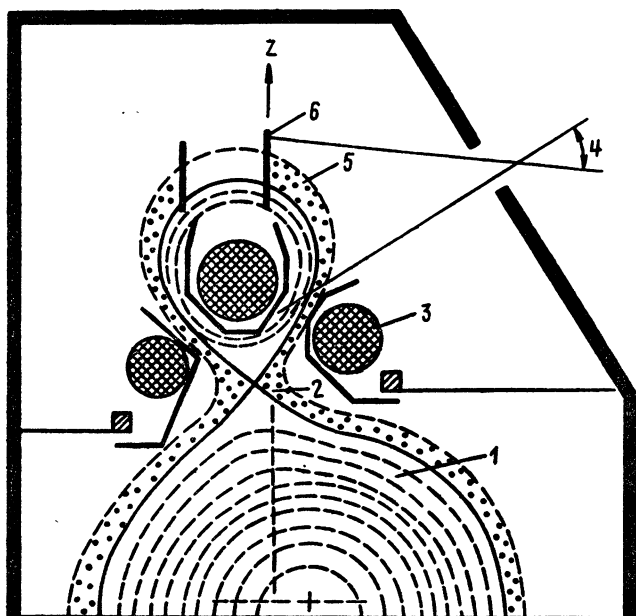


Рис. 19. Конфигурация полоидального дивертора в установке ASDEX: 1 — основная плазма, 2 — сепаратрисная точка, 3 — мультипольные обмотки, 4 — угол обзора, 5 — диверторный слой плазмы, 6 — поглощающая пластина

зываемого дивертора. В качестве примера на рис. 19 показана диверторная конфигурация токамака ASDEX.

Эксперименты на крупных токамаках ASDEX, PDX, DOUBLET-III показали высокую эффективность полоидального дивертора: количество примесей в этих установках при включении дивертора значительно меньше. Именно при наличии дивертора был получен *H*-режим с хорошим удержанием плазмы в установке ASDEX, а затем и в других токамаках.

Эксперименты с диверторами показали возможность осуществления режимов, когда плазма вблизи диверторных пластин имеет очень низкую температуру в несколько электрон-вольт. В этом режиме существенно уменьшается скорость эрозии дивертора.

Учитывая, что диверторная магнитная конфигурация достаточно сложна, исследуются и другие методы откачки примесей, а в будущем гелия — продукта термоядерной реакции. В частности, изучаются так называемые откачиваемые лимитеры — устройства, соприкасающиеся с плазмой и откачивающие часть газа, образующегося при рекомбинации плазмы на стенках лимитера.

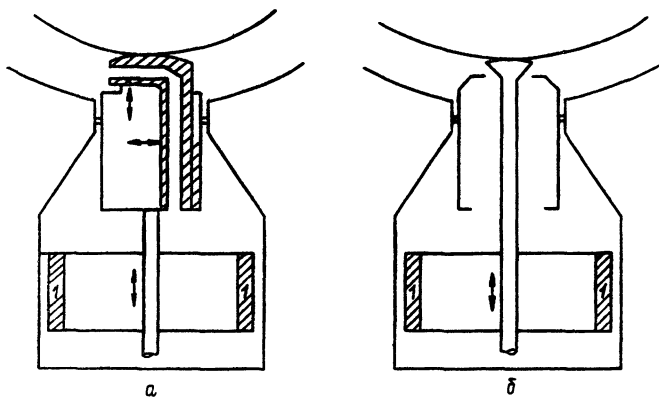


Рис. 20. Откачиваемые лимитеры в токамаке TEXTOR

На рис. 20, например, показаны откачиваемые лимитеры установки TEXTOR [21]. Откачиваемые лимитеры действительно дают возможность удалять часть вещества из объема камеры, но их использование в реакторных условиях представляется пока проблематичным.

7. ПОДДЕРЖАНИЕ ТОКА В ПЛАЗМЕ

Обычно в токамаке ток поддерживается с помощью вихревого электрического поля, т. е. с использованием индуктора. Поэтому ток можно поддерживать только в виде импульса не очень большой продолжительности. Очень заманчивым представляется стационарный токамак, в котором ток мог бы протекать очень длительное время. В принципе это можно осуществить с помощью высокочастотных полей, которые при поглощении электронами передавали бы им свой импульс.

В последнее время было проведено несколько экспериментов по поддержанию или даже поднятию тока в токамаке. Рис. 21 иллюстрирует возможность поднятия и поддержания тока в токамаке PLT [22].

К сожалению, эффективность поддержания тока убывает с плотностью, как это показано на рис. 22, иллюстрирующем результаты экспериментов на установке ALCATOR-C [23]. Поэтому реальность стационарного реактора-токамака пока еще не доказана, но высокая эффективность поддержания тока при малой плотности позволяет проектировать схемы с перемагничиванием индуктора без прекращения тока в плазме, при поддержании тока ВЧ-полями.

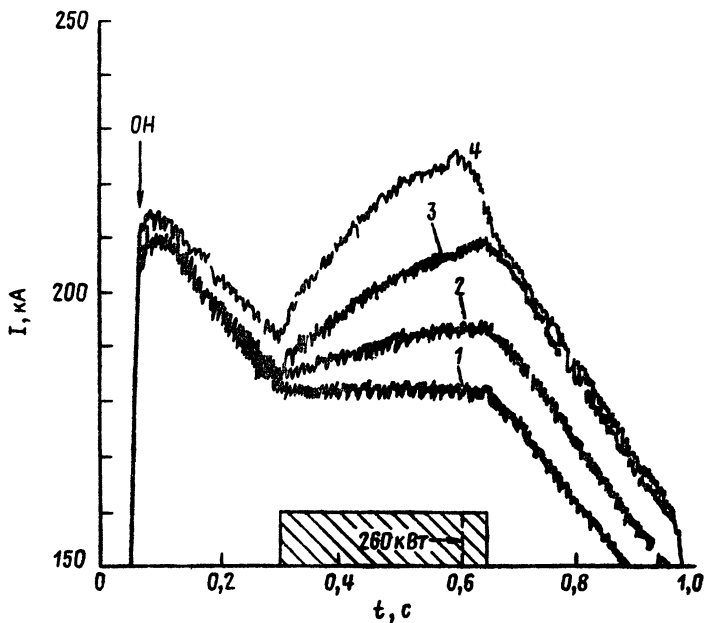


Рис. 21. Поддержание и поднятие тока в установке PLT с помощью ВЧ-мощности; вертикальная стрелка показывает момент выключения омического нагрева:

1 — $P_{ВЧ} = 40$ кВт, 2 — 65 кВт, 3 — 125 кВт, 4 — 260 кВт

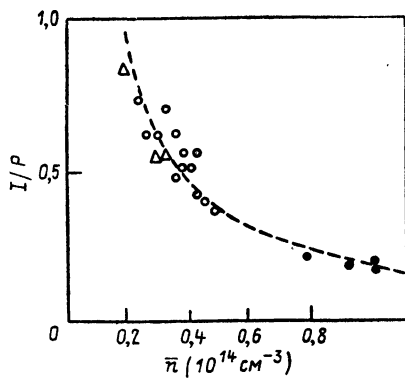


Рис. 22. Эффективность и поднятие поддержания тока (отношение силы возбуждаемого тока и ВЧ-мощности) в установке ALCATOR-C

8. ЗАКЛЮЧЕНИЕ

Эксперименты на современных крупных токамаках охватывают очень широкий круг физических исследований. Кроме традиционных проблем изучения равновесия, устойчивости и процессов переноса в высокотемпературной плазме они охватывают огромное число новых вопросов. Это и детальное изучение переноса различных компонент плазмы, с активным овладением методов управления компонентным составом плазмы, это и изучение разнообразных методов нагрева плазмы, и поддержание тока в плазме, это и изучение сложных процессов взаимодействия плазмы со стенками.

Современные экспериментальные установки снабжены сложной диагностикой, количество обрабатываемой на больших установках информации требует сложных систем автоматизации и сбора данных. И все же знания о высокотемпературной плазме токамака не достигли еще уровня других областей физики, где можно достаточно точно теоретически описывать и предсказывать в деталях результаты будущих экспериментов. Проблема создания термоядерного реактора требует более точных данных и прогнозов в отношении параметров плазмы в крупных установках. Физика крупных токамаков будет исследоваться в ближайшие годы на самых больших установках с реакторными параметрами плазмы JET, TFTR, JT-60, T-15, TORUS—SUPRA II.

ЛИТЕРАТУРА

1. *Artsimovich L. A.* Tokamak devices. «Nucl. Fusion», 1972, 12, № 2, 215—252
2. *Мухоматов В. С.* Токамаки, «Итоги науки и техники, Физика плазмы», 1980, 1, ч. 1, 6—118
3. TFTR Group, presented by *Murakami M.* at 6 Topical Meeting on the Technology of Fusion Energy, 1985, San Francisco
4. *Johnson D. et al.* High-beta experiments with neutral beam injection on PDX. «Plasma Phys. and Contr. Nuclear Fusion Res. (Proceedings 9 Int. Conf., Baltimore, 1982)», 1, IAEA, Vienna, 1983, 9—26
5. *Kitsunozaki A. et al.* High-pressure plasma with highpower NBI heating in Doublet III. In «Plasma Physics and Contr. Nuclear Fusion Res. (Proceedings 10 Int. Conf., London, 1984)», 1, IAEA, Vienna, 1985, 57—68
6. *Аликаев В. В. et al.* Electron cyclotron heating and plasma confinement in the T-10 tokamak. In «Plasma Physics and Contr. Nuclear Fusion Res. (Proceedings 10 Int. Conf., London, 1984)», 1, IAEA, Vienna, 1985, 419—432
7. *Mazzukato E. et al.* Ion cyclotron heating experiment in PLT. In «Plasma Phys. and Contr. Nucl. Fusion Res. (Proceedings 10 Int. Conf., London, 1984)», 1, IAEA, Vienna, 1985, 433—434
8. *Галеев А. А., Сагдеев Р. З.* Неоклассическая теория диффузии. В сб. «Вопросы теории плазмы», М., Атомиздат, 1973, 205—273
9. *Мережкин В. Г., Мухоматов В. С.* «Письма в ЖЭТФ», 1981, 33, 463. *Leona V. M., Merezkin V. G., Mukhovatov V. S., Sannikov V. V., Tili-nin G. N.* in «Plasma Physics and Controlled Nuclear Fusion Research (Proceedings 8th Int. Conf., Brussels, 1980)», 1, IAEA, Vienna, 1981, 393

10. *Eftimion P. C. et al.* Confinement Studies of Ohmically heated plasmas in TFTR. In «Plasma Phys. and Contr. Nuclear Fusion Res. (Proceedings 10 Int. Conf., London, 1984)», 1, IAEA, Vienna, 1985, 29—44
 11. *Cordey J. G. et al.* Particle and Energy Confinement in Ohmically heated JET plasmas. In «Plasma Physics and Contr. Nucl. Fusion Res. (Proceedings 10th Int. Conf., London, 1984)», 1, IAEA, Vienna, 1985, 167—179
 12. *Murakami M. et al.* Confinement of beam-heated plasmas in ISX-B. In «Plasma Phys. and Contr. Nuclear Fusion Res. (Proceedings 10th Int. Conf., London, 1984)», 1, IAEA, Vienna, 1985, 87—102
 13. *Wagner F. et al.* Confinement and β_p -studies in neutral-beam-heated Asdex plasmas; in «Plasma Phys. and Contr. Nuclear Fus. Res. (Proceedings 9 Int. Conf., Baltimore, 1982)», 1, IAEA, Vienna, 1983, 43—55
 14. *Goldston R. J.* Energy Confinement Scaling in Tokamaks. *Plasma Physics and Controlled Fusion*, 1984, 26, 1A, 87—99
 - 14a. *Kaye S. M., Goldston R. F.* Global Energy Confinement scaling for neutral-beam-heated tokamaks. «Nuclear Fusion», 1985, 25, № 1, 49—64
 15. *Аликаев В. В., Разумова К. А.* ЭЦР нагрев на токамаках Советского Союза. Доклад на тематическом Совещании «Фундаментальные процессы в тороидальной термоядерной плазме», Италия, Варенна, 1985
 16. *Troyon F. et al.* MHD-limits to plasma confinement, 1984 in *Plasma Physics and Controlled Fusion*, 26, 1A, 209—216
 17. *Degtyarev L. M., Drozdov V. V., Martynov A. A., Medvedev S. Yu., Kirlov A. G., Stotlanel M. A.* On limiting plasma pressures and MHD stability in tokamaks. In «Plasma Physics and Controlled Nuclear Fusion Research (Proc. 10 Int. Conf., London, 1984)», 2, IAEA, Vienna, 1985, 147—163
 18. *Keilchaker M.* Confinement and beta-limit studies in Asdex H-mode discharges. In «Plasma Phys. and Contr. Nuclear Fusion Res.» (Proceedings 10 Int. Conf., London, 1984)», 1, IAEA, Vienna, 1985, 71—85
 19. *Kadomtsev B. B.* Behavior of disruptions in tokamaks, 1984, *Plasma Physics and Controlled Fusion*, 26, 1A, 217—226
 20. *Bagdasarov A. A. et al.* Studies on Ohmic heating in T-10, in «Plasma Physics and Contr. Nuclear Fusion Res. (Proceedings 7 Int. Conf., Innsbruck, 1978)», 1, IAEA, Vienna, 1979, 35—50
 21. *Dippel K. H. et al.* ALT-1 Pump limiter results on TEXTOR. In «Plasma Phys. and Contr. Nuclear Fusion Res. (Proceedings 10 Int. Conf., London, 1984)», 1, IAEA, Vienna, 1985, 249—256
 22. *Motley R. et al.* Lower hybrid current ramp-up in the PLT-tokamak. In «Plasma Physics and Contr. Nuclear Fusion Res. (Proceedings 10 Int. Conf., London, 1984)», 1, IAEA, Vienna, 1985, 429—473
 23. *Hooke W.* Review of Experiments on current drive in tokamaks by means of RF waves. In «Plasma physics and Controlled Fusion», 1984, 26, 1A, 133—143
-

ЭНЕРГЕТИЧЕСКИЙ ТЕРМОЯДЕРНЫЙ РЕАКТОР

В. В. Орлов

ОГЛАВЛЕНИЕ

1. Введение	63
2. Опытный энергетический реактор-токамак	68
3. Тип электромагнитов	70
4. Воспроизводство трития, литиевый бланкет	71
5. Вакуумная камера, бланкет, первая стенка	73
6. Выгорание и циркуляция топлива, дивертор	75
7. Урановый бланкет	76
8. Охлаждение blankets	78
9. Система гибридный реактор — реакторы деления	78
10. Заключение	79

1. ВВЕДЕНИЕ

Исследования по управляемому термоядерному синтезу породили множество концепций термоядерных реакторов. В последние 10—15 лет выполнены расчетные и конструкторские исследования многих из них, которые позволили создать представления о реакторах синтеза, выявить характер проблем, встающих при их создании. Эти исследования не указали на абсолютные преимущества какой-либо схемы. Как и в природе, в технике нет «абсолютных решений», каждая из схем термоядерного синтеза обладает как своими достоинствами, так и специфическими проблемами и трудностями.

Однако как и в любой крупной научно-технической задаче, в управляемом термоядерном синтезе наступает момент, когда необходимо выбрать главное направление, определить ближайшую практическую цель, достижимую в обозримое время, и сосредоточить на ней основные усилия. Преимущества концентрированного удара перед фронтальными действиями демонстрируются не только военным опытом, где успешный прорыв в конечном счете приводит к продвижению всего фронта.

В противном случае термоядерный синтез рискует превратиться в еще одну «вечную проблему», потерять интерес, который проявляется к нему обществом, расплзтись по множеству разрозненных проблем и относительно мелких шагов. В общем виде цель ясна — энергетический термоядерный реактор. Но какой?

Современные энергетические реакторы деления явились развитием реакторов, производящих плутоний (уран-графитовые реакторы с водяным и газовым охлаждением, тяжеловодные реакторы) и реакторов с водяным замедлителем и теплоносителем для судовых силовых установок.

Последний тип реакторов получил наибольшее распространение в ядерной энергетике мира и обеспечит ее развитие по меньшей мере еще на несколько десятилетий. Но по мере истощения ресурсов дешевого урана, распространение ядерных реакторов на неэлектрические сектора энергопроизводства и других изменений ситуации в энергетике, преимущества реакторов на быстрых нейтронах, высокотемпературных и других реакторов приобретут решающее значение, и они займут свое место в ядерной энергетике.

Ядерная энергетика деления превращается в крупную промышленную отрасль, занимающую около 10% в мировом производстве электричества. Несмотря на известные колебания в темпах ее роста в разных странах, следует рассчитывать на хотя и не столь быстрое, как ожидалось лет 10—15 назад, но неуклонное и длительное развитие ядерной энергетики деления.

Термоядерный синтез обладает перед делением преимуществами, которые рано или поздно приобретут решающее значение, но рассмотрение ядерного синтеза лишь как альтернативы делению отодвигает его практическое использование на неопределенное время, когда энергетика деления исчерпает свои возможности. Более или менее реалистические оценки показывают, что на современном уровне технологии термоядерные реакторы много сложнее и дороже реакторов деления, а достижение экономичности и реализация их потенциальных возможностей в радикальном снижении радиационной опасности требуют еще решения многих научных, технологических и материаловедческих проблем. Здесь уместно еще раз обратиться к опыту энергетики деления, начавшей свое развитие не с наиболее передовых концепций (быстрые бридеры), а с более простых и подготовленных технически тепловых реакторов. Вероятнее всего, что и термоядерный синтез будет развиваться поэтапно, причем естественным первым этапом практического применения УТС являются гибридные реакторы синтеза-деления. Как показывают проработки, экономичные реакторы такого типа могут быть созданы на базе технологии и материалов, на которые можно рассчитывать сейчас или в близком будущем. Гибридные термоядерные реакторы естественно вписываются в развивающуюся ядерную энергетiku деления, способствуя решению одной из ее главных проблем — проблемы баланса ядерного топлива.

Высокая производительность по плутонию позволяет обходиться относительно небольшим числом гибридных реакторов, т. е. ограниченной машиностроительной базой, что очень важно для первого этапа.

Наиболее продвинутой схемой осуществления УТС с магнитным удержанием плазмы как в понимании плазмофизических закономерностей, так и в техническом отношении является токамак. Создание серии крупных физических установок, проведение на них в ближайшие годы решающих экспериментов и накопление технического опыта выдвигают токамаки далеко вперед по отношению к другим системам.

Схема токамака далека от термоядерного идеала, ей присущи ряд существенных недостатков: относительно низкое давление плазмы (низкие β), циклический режим работы, геометрическая сложность конструкции. Но возможность зажигания самоподдерживающейся D—T-реакции в плазме умеренных размеров, т. е. создания реактора умеренной термоядерной мощности — очень важное преимущество токамака, особенно на первых этапах развития термоядерного синтеза.

По всем этим соображениям наиболее реалистической, если не единственно возможной постановкой практической задачи перед УТС в настоящее время является создание энергетического термоядерного реактора-токамака гибридного типа.

Такой реактор, разумеется, первый, опытный, мог бы быть создан в пределах этого века. В этом случае можно было бы рассчитывать на практический вклад термоядерных реакторов в ядерную энергетику в первые десятилетия следующего века.

С этой точки зрения следует рассматривать и вопрос о «следующем шаге» в УТС, активно обсуждаемый в последние годы. Разумеется, решение этого вопроса явится результатом компромисса между стремлением к скорейшему достижению цели, — к созданию энергетического реактора, — и ограниченными финансовыми и прочими ресурсами, которые могут быть выделены на эту задачу.

Создание энергетического реактора требует решения трех основных групп научно-технических проблем.

Во-первых, фундаментальные проблемы физики плазмы токамаков, пределы устойчивости, перенос энергии и частиц, влияние быстрых частиц, ВЧ-полей, примесей и т. д. Этот круг проблем, вероятно, будет достаточно полно изучен в начавшихся уже экспериментах на серии крупных токамаков. Возможно, потребуются дополнительные эксперименты для изучения особенностей поведения плазмы в условиях термоядерного горения, а также в пристеночной области и в диверторном объеме.

Во-вторых, проблемы, которые можно отнести к плазменной технологии, включая электромагнитные, вакуумные, криогенные, диагностические системы, системы нагрева, управления, инъекции топлива, электропитания, воздействие плазмы на материал стенок. Этот круг задач в значительной мере будет решаться также на крупных токамаках и других существующих установках, хотя и без надлежащего учета таких важных фак-

торов, как нейтронная и γ -радиация, длительные ресурсы работы.

В-третьих, проблемы, относящиеся к ядерной и энергетической технологии: литиевый и урановый бланкет, радиационная защита, системы охлаждения, преобразования энергии, воспроизводства и циркуляции трития, радиационная стойкость и другие проблемы материалов, радиационная безопасность и дистанционное обслуживание реактора и его систем в условиях высокой радиоактивности. Здесь многое можно позаимствовать из опыта реакторов деления, некоторые эксперименты могут быть поставлены на реакторах и ускорителях, но всестороннее и полное изучение этих проблем может быть выполнено лишь на термоядерном реакторе.

Хотелось бы предостеречь читателей, в особенности — плазмофизиков, от недооценки сложности и важности последней группы проблем. Здесь мы имеем дело с оборудованием, работающим в наиболее напряженных условиях и определяющим безопасность реактора. Опыт же реакторов деления далеко не всегда переносим на весьма специфические условия термоядерного реактора. Достаточно упомянуть одну из главных технических проблем термоядерного реактора — «первую стенку», не имеющую близкого аналога в современной реакторной технике.

Говоря о «следующем шаге», необходимо оценить его с точки зрения решения всего указанного круга проблем.

В наибольшей степени этой задаче отвечал бы опытный энергетический термоядерный реактор, — уменьшенная модель промышленного реактора, имеющая близкие к нему технические решения и параметры. Проект такого реактора — ОТР — рассматривается в СССР, изучение показывает, что технически он может быть создан в ограниченное время на основе технологии, которой мы либо уже владеем, либо можем рассчитывать овладеть в близком будущем [1].

В последнее время обсуждаются проекты токамаков для исследования физики термоядерного горения. Стремление к упрощению и удешевлению такой установки ведет обычно к режиму работы короткими и редкими импульсами, что позволяет отказаться от радиационной защиты магнитов, воспроизводства трития, охлаждения камеры или свести эти системы к минимуму. Для уменьшения размеров и мощности при условии зажигания D—T-реакции приходится идти на большие аспектовые отношения и высокие магнитные поля. Это позволяет упростить задачу и уйти от миллиардного к сотне миллионному уровню затрат на установку. Этот выигрыш, однако, необходимо взвесить с проигрышами, с уходом от плазменных параметров, оптимальных для энергетического реактора, и потерей возможности постановки исследований многих из реакторных проблем, хотя трудностей, связанных с нейтронами, тритием и радиоактивностью конструкций, избежать не удастся.

Прямое изучение процессов в плазме, нагреваемой не извне, а «собственными» α -частицами D—T-реакции, представляет несомненный интерес и не исключено, что подобные установки найдут место в термоядерных программах стран. Но «следующий шаг» в программе УТС в виде такой установки оказался бы неоправданно малым и даже шагом назад в темпах ее развития.

Возможно, что приемлемым компромиссом мог бы служить исследовательский термоядерный реактор, подобный по своим целям исследовательским реакторам деления, работающим во многих странах. Такие реакторы не предназначены для производства энергии или плутония, но позволяют осуществить широкую программу исследования и испытаний в специально оборудованных экспериментальных каналах и петлях при требуемых условиях по температурам, теплосъему, нейтронным потокам и т. д.

К этому типу реакторов можно отнести проект токамака Т-20 (СССР), международный проект ИНТОР [2] и близкие к нему национальные проекты FED (США), NET (Западная Европа), FER (Япония) и ряд других. Правда в своей плазменной части эти проекты являются достаточно близкими моделями энергетического реактора, но технические решения, рассматриваемые для бланкета, едва ли смогут быть приемлемыми для энергетического реактора: более высокие нагрузки на первую стенку, необходимые для экономичного чисто термоядерного реактора, потребуют и других конструкций и материалов, а для модели гибридного реактора в этих проектах не хватает уранового бланкета. Так что ценность ИНТОР'а и подобных ему проектов для решения проблем ядерной технологии состоит главным образом в возможности расположения в бланкете различных экспериментальных каналов или же целых экспериментальных модулей.

При всем этом проект ИНТОР оказывается и довольно дорогим.

Возможно, что более последовательное проведение линии исследовательского реактора позволит существенно упростить и удешевить его. В этом случае исследовательский термоядерный реактор может рассматриваться как следующий шаг программы УТС.

Но каков бы ни оказался выбор ближайших шагов, существом следующего крупного этапа УТС является создание энергетического термоядерного реактора.

В последующих разделах обсуждаются возможные пути решения некоторых основных проблем энергетического термоядерного реактора токамака гибридного типа, основываясь на выполненных проработках, в первую очередь — в связи с проектом опытного реактора ОТР.

2. ОПЫТНЫЙ ЭНЕРГЕТИЧЕСКИЙ РЕАКТОР-ТОКАМАК

Общая схема реактора ОТР (рис. 1) близка к схеме ИНТОР, но конкретные технические решения, касающиеся blankets, существенно различны. Нас больше будет интересовать соотношение между опытным и промышленным реактором. Различия между ними определяются разными целями, ставящимися перед разработкой того и другого.

Промышленный реактор должен обеспечить экономически выгодное производство энергии, а удельные экономические характеристики реакторов, термоядерных — в особенности, зависят от мощности. Поэтому промышленный реактор будет обладать большой мощностью, ограниченной лишь возможностями изготовления оборудования и условиями работы в энергосистемах.

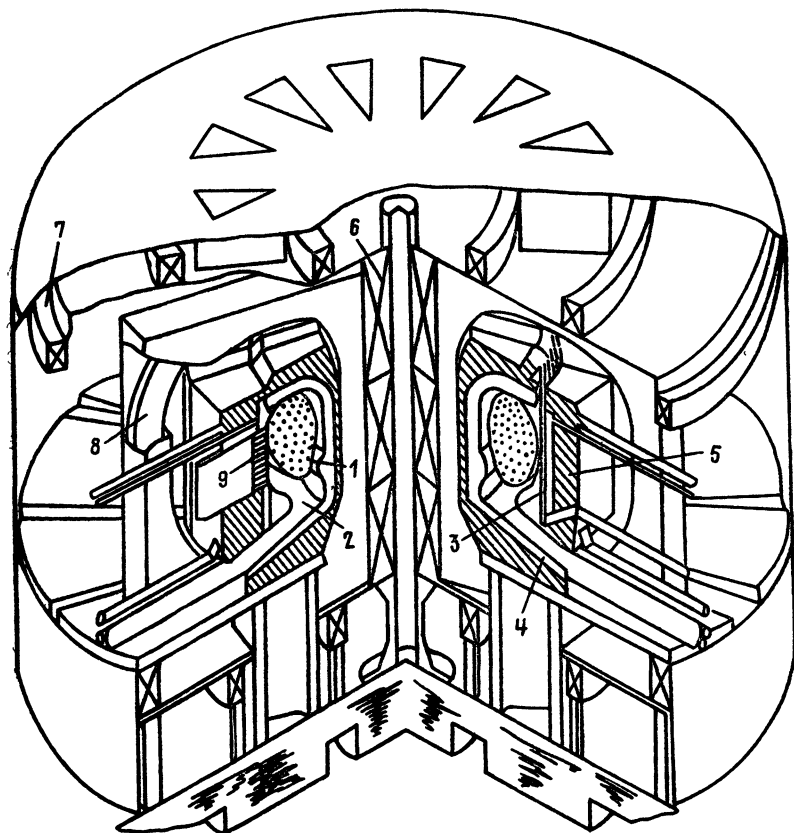


Рис. 1. Схема опытного реактора-токамака:

1 — плазма, 2 — диверторный объем, 3 — урановый blanket, 4 — литиевый blanket, 5 — радиационная защита, 6 — индуктор, 7 — обмотки полоидального поля, 8 — обмотки тороидального поля, 9 — дополнительный нагрев плазмы

В настоящее время большинство ядерных энергоблоков имеют электрическую мощность около 1 ГВт, максимальная мощность — 1,5 ГВт (эл.), — достигнута в 1985 году на 1-м блоке Игналинской АЭС. Для более отдаленной перспективы рассматриваются реакторы мощностью до 2,4 ГВт (эл.). Поэтому и мощность промышленных термоядерных реакторов первых поколений, вероятно, будет в пределах 2—3 ГВт (эл.).

Опытный реактор, наоборот, должен иметь минимальные размеры и мощность, соответственно — стоимость, совместимые с выполнением его задачи — проверки технических решений для промышленного реактора. При этом его удельные экономические характеристики будут далеки от оптимальных.

В ОТР приняты сверхпроводящие магниты на основе Nb_3Sn , создающие тороидальное поле на оси $B_0=6$ Тл, соответствующее предельным величинам на самом сверхпроводнике $B_{max}=11,5$ Тл при плотности тока $j=2$ кА/см² и температуре $T=4,2$ К.

Предусматривается подъем и поддержание тока плазмы вертикальным соленоидом-индуктором, обеспечивающим длительность цикла горения около 600 с с паузой 40 с. Рассматриваются разные типы дополнительного нагрева плазмы: инжекция нейтральных пучков ускоренных атомов дейтерия, ВЧ- и СВЧ-нагрев. Для регулирования накопления гелия и других примесей и обеспечения длительного горения предусмотрен односторонний полоидальный дивертор.

Бланкет реактора должен обеспечить полное воспроизводство сгорающего трития и снижение потока нейтронов на сверхпроводящие магниты примерно в 10^6 раз. С целью уменьшения размеров и мощности реактора и упрощения его конструкции урановый бланкет расположен лишь на внешней стороне тора и использует менее 1/3 нейтронов D—T-реакции.

Параметры плазмы, полученные из расчетов, аналогичных расчетам ИНТОР, следующие:

малый радиус a	—1,1 м
вытянутость плазмы	—1,5
большой радиус R	—5,5 м
аспектовое отношение A	—5
средняя плотность и температура плазмы n, T	— $1,4 \cdot 10^{14}$ см ⁻³ , 15 кэВ
ток плазмы	—5,4 МА
относительное давление плазмы β	—4,6%
термоядерная мощность N_f	—500 МВт

В этих условиях расчеты указывают на достижение условий самоподдерживаемого горения при глубине выгорания топлива z около 5%. Приведенные параметры дают ориентировочные представления о реакторе и, безусловно, будут скорректированы на основе данных, которые будут получены на крупных тока-

маках. Вероятный масштаб корректировки можно представить себе из расчетов, выполненных в последнее время на основе зависимостей времени удержания τ_E , полученных В. С. Муховатовым и В. Г. Мережкиным (ИАЭ) и расчетов предельных величин β , выполненных Л. М. Дегтяревым (ИПМ АН СССР). Эти расчеты приводят к увеличению a примерно до 1,4 м, снижению A до $A \sim 4$, увеличению термоядерной мощности примерно на 20%.

Общая тепловая мощность ОТР с учетом уранового blankets оценивается в 1000 МВт, что при умеренных термодинамических параметрах системы преобразования тепла в электричество приводит к электрической мощности примерно 300 МВт. Одновременно в урановом blankets производится около 300 кг Pu в расчете на годовую непрерывную работу. Потребляемая самим реактором электрическая мощность оказывается близкой к производимой, так что можно рассчитывать лишь на небольшое производство полезной мощности нетто в пределах 50—100 МВт. В промышленном реакторе за счет увеличения размеров и установки полного уранового blankets энергетический баланс существенно улучшится, и можно рассчитывать на производство электроэнергии с КПД нетто в районе 20—30% при производительности по Pu около 2 тонн/ГВт(эл) год.

Важнейшим моментом конструкции энергетического реактора является обеспечение ремонтоспособности оборудования, в первую очередь — blankets, как наиболее напряженного ее элемента. С этой целью blankets ОТР разделен на 12 секций (как и обмотки тороидального магнита), каждая из которых может быть при необходимости извлечена и заменена новой секцией. Сложность этой задачи связана с геометрической сложностью токамака и высокой радиоактивностью оборудования, требующей дистанционной технологии извлечения и монтажа крупных узлов.

3. ТИП ЭЛЕКТРОМАГНИТОВ

Как плотность энергосвыделения в плазме, так и условия удержания энергии находятся в сильной, — примерно квадратичной, — зависимости от газокинетического давления плазмы $p \approx 2nT$. Поддержание высокого давления требует и высоких магнитных полей B_0 , тем более для токамака со свойственными ему невысокими величинами

$$\beta = 8\pi p / B_0^2.$$

Высокие магнитные поля особенно важны для опытного реактора с относительно большим аспектовым отношением A (при малых a и R особенно сильно сказываются на A размеры blankets толщиной минимум $\Delta \approx 1$ м) и низкими $\beta \sim 1/A$, т. к. термоядерная мощность $N_f \sim 1/\beta B_0^2$.

Но с ростом B_0 также примерно квадратично растут затраты мощности на питание электромагнитов. Оценки, сделанные еще в начале изучения концепций реактора-токамака, показали, что при использовании обычных («теплых») электромагнитов мощность их питания чрезмерно велика, более 1 ГВт. Поэтому в проектах как опытных (ОТР, ИНТОР), так и промышленных реакторов (ГТРТ, ЮВМАК, СТАРФАЙЕР и др.) были приняты сверхпроводящие магниты.

Снижая потребление энергии на собственные нужды, сверхпроводящие магниты и их криогенная система усложняют и удорожают реактор, особенно опытный в связи с его меньшими размерами. Здесь особенно сильно сказывается необходимость толстой защиты сверхпроводника, составляющей вместе с теплоизоляцией около $\Delta \sim 1,3$ м, что близко к a и ведет к снижению магнитного поля на оси, падающего как $B_0 \sim 1/R$.

В последнее время В. А. Чуяновым и др. [3] было проведено более тщательное, чем ранее, изучение возможностей использования «теплых» магнитов, которое указало пути снижения потребляемой ими мощности:

- уменьшение толщины blankets примерно вдвое, т. к. обычный магнит допускает большие потоки нейтронов, хотя при этом возникает проблема радиационно стойкой электроизоляции;

- уменьшение аспектового отношения и увеличение β ;

- оптимизация магнитов, в частности, использование шин биттеровского типа.

В результате мощность питания тороидальных магнитов может быть, вероятно, снижена до уровня ~ 300 МВт, что приемлемо для опытного реактора, одновременно с упрощением конструкции реактора и рядом других выгод.

В связи с хорошим энергетическим балансом гибридных реакторов умеренные затраты мощности на «теплые» магниты могут оказаться для них не слишком обременительными. Таким образом, как для опытного, так и для промышленного реактора первого поколения могут быть использованы как сверхпроводящие, так и обычные магниты. Выбор между ними может быть сделан только на основе более детальных конструкторских проработок и сравнительного технико-экономического анализа.

Нельзя, однако, не учитывать, что сверхпроводимость является более прогрессивным решением, и по мере освоения крупных сверхпроводящих и криогенных систем, их совершенствования и удешевления, перспектива будет, все же, за ними.

4. ВОСПРОИЗВОДСТВО ТРИТИЯ, ЛИТIEВЫЙ БЛАНКЕТ

Важнейшими характеристиками тритиевой системы являются коэффициент воспроизводства трития $K_T \approx 1,05$, необходимый для самообеспечения тритием стационарной работы реактора, и

количество трития g_T , находящегося в реакторе (бланкет, конструкционные материалы, система выделения и циркуляций трития, оперативный запас) в стационарном состоянии, получаемое извне, которое нужно свести к минимуму.

Для опытного реактора удастся снизить g_T до нескольких кг, для промышленного $g_T \sim 10$ кг.

Рассматриваются различные схемы воспроизводящего тритий бланкета. В простейшем из них тритий накапливается в блочках, содержащих соединения лития [4], периодически извлекаемых для его выделения. С целью снижения задержки трития в бланкете и величины g_T рассматриваются и схемы непрерывного извлечения трития из литиевых элементов, находящихся при достаточно высокой температуре, за счет его диффузии и выноса по вакуумным или газовым коммуникациям. Схемы воспроизводства трития в твердых литийсодержащих элементах сталкиваются с рядом трудностей:

— система коммуникаций для транспортировки трития из бланкета или выгрузки литиевых элементов усложняет конструкцию реактора;

— высокая водородопроницаемость конструкционных материалов при повышенных температурах заставляет охлаждать литиевый бланкет достаточно холодной водой, $T < 100^\circ \text{C}$, что ведет к потере значительной ($\sim 20\%$) доли термоядерной мощности для производства электричества. Создание же барьерных покрытий на трубах охлаждения является сложной технической задачей;

— возникает проблема радиационной стойкости при выгорании литийсодержащих материалов, их распухания или растрескивания;

— возникает и сложная проблема изотопной очистки охлаждающей воды от проникающего в нее трития.

Поэтому весьма привлекательным является бланкет с жидким литием, прокачиваемым с небольшой скоростью (менее 1 см/с) в систему извлечения трития вне реактора. Конструкция такого бланкета наиболее проста. При не очень высоких температурах $T < 500^\circ \text{C}$ тритий химически связан в гидриде LiT, так что выход его в систему охлаждения оказывается умеренным. Химическое взаимодействие щелочного металла с водой делает необходимым газовое (например, He) охлаждение бланкета.

Рассматривается и возможность использования самого Li [5], в качестве теплоносителя, но это приводит к резкому увеличению объема литиевой системы и к сложным МГД-проблемам при прокачке жидкого металла через область высокого магнитного поля.

Многолетний опыт работы быстрых реакторов с охлаждением другим жидким щелочным металлом, — натрием, — указывает на простые и надежные пути предотвращения пожаров при аварийной разгерметизации жидкометаллических контуров.

Имея в виду в 10—100 раз меньшие количества жидкого металла в бланкете по сравнению с быстрым реактором и в 10^4 раз меньшую его циркуляцию, соответственно, простоту контуров, а также отсутствие такого элемента конструкции как парогенератор $\text{Na}-\text{H}_2\text{O}$, возможность создания надежного жидколитиевого бланкета не вызывает сомнений. Тем не менее рассматриваются возможности использования жидкой эвтектики $\text{Pb}_{83}\text{Li}_{17}$, химически менее активной по отношению к воздуху и воде. Однако коррозия сталей в эвтектике PbLi и низкая растворимость в ней водорода, ведущая к росту утечек трития в систему охлаждения, создают трудности на этом пути.

5. ВАКУУМНАЯ КАМЕРА, БЛАНКЕТ ПЕРВАЯ СТЕНКА

Вакуумно плотное соединение секций бланкета с возможностью дистанционной замены секций в условиях крайней затесненности конструкции, особенно во внутренней части тора, технически весьма проблематично. Более простым представляется единый вакуумно плотный кожух, служащий и страховочным кожухом на случай течи лития, через окна в котором с внешней стороны тора могут вставляться и извлекаться секции бланкета.

Секция бланкета представляет собой кольцевую камеру, охватывающую плазменный объем, задняя стенка которой является массивным силовым элементом конструкции, расположенным в области сниженных на 2—3 порядка нейтронных потоков. К этой стенке приваривается тонкостенная ($\delta \approx 1$ см) корытообразная камера, дно которой обращено к плазме и служит первой стенкой, испытывающей наибольшие нейтронные, эрозийные и тепловые нагрузки.

С целью разгрузки стенки бланкета от этих воздействий рассматриваются и более сложные конструкции с вынесенной первой стенкой. Но при этом сталкиваются с проблемой ее охлаждения. Передача теплового потока, идущего из плазмы на первую стенку, излучением приводит к высоким температурам и проблеме материала. Создание же специальной системы принудительного охлаждения первой стенки сильно усложняет конструкцию. Простейшая конструкция, в которой стенка камеры бланкета служит и первой стенкой, в этих отношениях предпочтительна, но также имеет свои проблемы. В частности, в этом случае непросто обеспечить допустимый уровень температурных разверок, чтобы избежать чрезмерных температурных напряжений в конструкции бланкета.

В случае жидкометаллического бланкета его камера заполняется жидким литием, в котором размещены трубы газовой системы охлаждения, газоохлаждаемые каналы уранового блан-

кета и замедлитель, необходимый для более эффективного поглощения нейтронов в литии.

Достаточно высокая теплопроводность лития позволяет осуществить съем тепла с первой стенки газом, текущим по трубам, расположенным в литии и не связанным жестко со стенкой. В противном случае приходится располагать каналы охлаждения в самой стенке или же приваривать к ней, что усугубляет и без того тяжелые условия ее работы.

Эрозия со стороны плазмы требует достаточной толщины первой стенки, но при этом поток тепла из плазмы $20\text{--}30 \text{ Вт/см}^2$ создает температурный перепад в $100\text{--}200^\circ \text{C}$, приводящий к большим температурным напряжениям, к тому же циклическим.

Высокий поток быстрых нейтронов ($\sim 10^{15} \text{ н/см}^2 \cdot \text{с}$) приводит к радиационному повреждению материала — распуханию, охрупчиванию, радиационному крипу. Эти явления уже в течение длительного времени изучаются для реакторов деления, особенно быстрых, и мы можем воспользоваться полученными там результатами.

К сожалению, наиболее освоенные в реакторной технике стали аустенитного класса подвержены наиболее сильному распуханию и крипу, хотя результаты последних лет оставляют надежды на возможность их улучшения. Эксперименты указывают на сильную температурную зависимость распухания с максимумом в районе $500\text{--}550^\circ \text{C}$. Поскольку перепад температуры по толщине стенки велик, то возникает неравномерное распухание (дифференциальный свеллинг), приводящее к напряжениям, много большим, чем термические напряжения, на что указали оценки, выполненные И. В. Альтовским с сотрудниками [6].

Рассматриваются также железо-хромистые стали ферритного, феррито-мартенситного и близких к ним классов. Эксперименты указывают на значительно меньшее распухание и радиационный крип этих сталей по сравнению с аустенитными. Обладая лучшей теплопроводностью и меньшим коэффициентом температурного расширения, эти стали испытывают и в $2\text{--}3$ раза меньшие температурные напряжения. Более низкая жаропрочность ферритных сталей не является препятствием к их применению в конструкции бланкета, так как здесь нет необходимости выходить за пределы температуры в 600°C . Более серьезным недостатком является радиационное охрупчивание ферритных сталей при низких температурах. Поэтому температурный интервал использования сталей этого класса лежит в пределах $300^\circ \text{C}\text{--}600^\circ \text{C}$.

Это обстоятельство, как и ряд других, отмеченных выше, затрудняют использование водяного охлаждения бланкета и делает предпочтительным газовое или, может быть, жидкометаллическое охлаждение.

Рассматриваются и другие, менее изученные пока в радиационном отношении конструкционные материалы: высоконикелевые сплавы, сплавы на основе ванадия, алюминия и др.

Алюминиевые сплавы обладают высокими термомеханическими качествами, вероятно, и радиационной стойкостью, но лишь при температурах не выше 150—200°С, что диктуется также их прочностью. Поэтому они требуют водяного охлаждения, следовательно, твердого литиевого blankets.

Термодинамические характеристики реактора при этом оказываются низкими. Возможно, что алюминиевые сплавы окажутся хорошим конструкционным материалом для исследовательского термоядерного реактора. Кстати, в исследовательских реакторах деления используются преимущественно именно алюминиевые сплавы.

Приведенные выше рассуждения относились к термоядерному реактору с уровнем нейтронной нагрузки на 1-ю стенку $P_n \approx 1$ МВт/м², оптимальным для реактора гибридного типа. Повышение нагрузки до 3—5 МВт/м², требуемое экономикой чисто термоядерного реактора, резко усложняет дело и, вероятно, требует новых материалов, которыми мы пока не располагаем. Это — одно из главных соображений, по которым чисто термоядерные реакторы следует рассматривать в качестве следующего этапа практического использования УТС. В гибридном же реакторе применимы материалы, существующие в настоящее время.

6. ВЫГОРАНИЕ И ЦИРКУЛЯЦИЯ ТОПЛИВА, ДИВЕРТОР

Глубина выгорания дейтерий-тритиевого топлива определяет интенсивность его циркуляции через систему очистки и приготовления свежего топлива, т. е. объем и производительность тритиевой системы. При относительно небольших размерах опытного реактора время пребывания топлива в камере до его выхода в диверторный объем и откачки невелико, несколько секунд, так что успевает прореагировать лишь несколько процентов топлива. Поэтому тритиевая система относительно велика, ее производительность примерно килограмм трития в день. Из-за больших размеров и избытка в энергетическом балансе плазмы, допускающего увеличение концентрации гелия, глубина выгорания топлива в промышленном реакторе может достигать десятков %, так что объем тритиевой системы сохраняется на том же уровне, что и для опытного реактора, а удельные затраты на нее падают.

Более важное, принципиальное значение для токамака имеет режим циркуляции топлива. При периодической откачке топлива в течение паузы длительность цикла горения, ограниченная глубиной выгорания топлива, могла бы составлять лишь

десятки секунд. При этом коэффициент использования мощности реактора был бы низким, а главное, непомерно большим было бы число циклов. Циклический режим работы первой стенки, как и всего оборудования, снижают надежность или заставляют создавать большие запасы по нагрузкам, что снижает экономичность реактора.

Для увеличения длительности цикла горения необходима организация непрерывной циркуляции топлива через камеру, т. е. откачки выгоревшего и инъекции свежего топлива. Для токамака свойственно хорошее удержание плазмы в замкнутой тороидальной ловушке, поэтому откачка топлива затруднена. В проекте ОТР, как и в других проектах, для этой цели предусмотрен магнитный дивертор, позволяющий выводить плазму с периферии шнура в соседний объем, откуда после охлаждения и нейтрализации топливный газ откачивается вакуумными насосами. Плазма вытекает в диверторный объем в тонком (~ 10 см) слое вблизи «сепаратрисы» — магнитной поверхности, соединяющей основную камеру с диверторной. Плотность потока частиц и энергии в этом слое велика (несколько кВт/см²), что приводит к крайне напряженному режиму работы приемных устройств — диверторных пластин. Поведение плазмы в диверторном объеме изучено недостаточно, но ряд экспериментов и расчеты, выполненные В. И. Пистуновичем с сотрудниками [7], указывают на возможности облегчения условий работы пластин за счет торможения плазмы нейтральным D—T-газом, образующимся вблизи пластин. Возможно, что таким путем удастся снизить температуру плазмы вблизи пластин до 10—20 эВ, т. е. ниже порога распыления таких материалов, как W, Mo. При этом снижается и плотность потока энергии на пластины с учетом их наклона по отношению к потоку плазмы до 100—200 Вт/см². Такие тепловые потоки могут быть отведены от диверторных пластин не только водой, но и газовым теплоносителем.

Непрерывная циркуляция топлива позволяет продлить цикл горения до сотен (опытный реактор) или тысяч (промышленный реактор) секунд, определяемых возможностями поддержания тока плазмы изменением тока в индукторе. И при этом циклическость работы реактора остается высокой: 10^5 — 10^4 циклов в год. Поэтому ведущийся сейчас поиск неиндукционных способов поддержания тока плазмы (пучками нейтральных частиц или ВЧ-полями) является весьма важным делом. Решение этой задачи существенно улучшило бы экономические и надежностные качества токамака.

7. УРАНОВЫЙ БЛАНКЕТ

Идея гибридного термоядерного реактора основана, прежде всего, на том, что основной изотоп урана — ^{238}U — не делящийся под действием медленных нейтронов, хорошо делится

14-МэВ нейтронами D—T-реакции. При этом выделяется энергия, примерно вдвое больше энергии D—T-реакции и вместе с тем рождается несколько более медленных нейтронов, поглощение которых тем же ^{238}U приводит к образованию ^{239}Pu , служащего топливом для реакторов деления. Естественно, что максимальный эффект уранового blankets в усилении мощности термоядерного реактора и в производстве Pu получается в том случае, когда сводится к минимуму концентрация других ядер, неупругие столкновения нейтронов с которыми конкурируют с делением ^{238}U . Другими словами, наилучшими качествами обладает blanket с элементами из металлического урана без замедлителя и с минимальным количеством конструкционных материалов и теплоносителя («быстрый blanket»). Выбор газового охлаждения целесообразен и с этой точки зрения. Многочисленные нейтронные расчеты, выполненные Г. Е. Шаталовым с сотрудниками [8], показывают, что металлический уран значительно превосходит другие возможные топливные материалы по коэффициенту усиления мощности и производству Pu — почти вдвое по сравнению, например, с основным топливным материалом реакторов деления — двуокисью урана UO_2 . Преимущество UO_2 для реакторов деления связано с более высокой стойкостью окиси при высоких энергонапряженностях и глубоким выгорании, а также с химической инертностью по отношению к воде. Но при нейтронной нагрузке $P_n \approx 1 \text{ МВт/м}^2$ энергонапряженность blankets невелика — в пределах 200 кВт/литр, а оптимальная глубина выгорания урана в blankets также невелика — между 10 и 20 кг осколков на тонну урана. Невысокая энергонапряженность благоприятствует и применению газового охлаждения.

Рассматриваются различные типы урановых элементов и их сборок. Преимущества традиционной для реакторов конструкции, — стержневые элементы, заключенные в цилиндрический канал, — очевидны. Проблема же ее применения в blankets связана с необходимостью перегрузки топлива, затрудненной из-за сложной геометрически конфигурации токамака. Впрочем, для опытного реактора регулярная перегрузка уранового топлива и необязательна, т. к. за весь период его работы (он оценивается интегральной нагрузкой в 5 МВт лет/м²) глубина выгорания остается в допустимых для металлического урана пределах. Разумеется, выгрузка топлива на случай его повреждения должна быть предусмотрена. Для опытного реактора задача облегчается и тем, что урановые каналы расположены лишь с внешней стороны тора, более свободной для доступа к ним.

8. ОХЛАЖДЕНИЕ БЛАНКЕТА

Охлаждающий газ (вероятнее всего гелий) при давлении около 100 атм прокачивается по трубам, пронизывающим бланкет, нагреваясь от 300°С до 450—500°С и далее поступает в парогенераторы, где отдает тепло воде 2-го контура. Перегретый до 400—450°С пар при давлении 60—90 атм поступает на турбину для производства электричества с к. п. д. $\approx 36\%$.

Циклический режим работы токамака требует регулирования расхода газа, чтобы избежать сильных термических качек в конструкциях бланкета. Для стабилизации режима работы парогенератора и турбогенераторной установки приходится предусматривать в газовом тракте громоздкие тепловые аккумуляторы. Главная же проблема газового охлаждения бланкета состоит в обеспечении аварийных режимов, связанных с разрывом труб охлаждения, поскольку тонкие и с малой кривизной стенки бланкета не выдерживают высоких давлений. Необходимы быстрые индикация течей газа и остановка реактора, а также быстродействующая арматура, снижающая давление и расход газа через бланкет.

Более устойчивый вариант конструкции бланкета с первой стенкой, выдерживающей высокое давление газа, был рассмотрен в проекте фирмы Джeneral Атомик (США) [9]. Эта конструкция (типа «стрекозиный глаз») заслуживает тщательного изучения, она приводит и к некоторому выигрышу в нейтронном балансе, хотя требует несколько большей толщины бланкета.

Как показали расчеты Е. В. Муравьева, существуют и принципиальные возможности использования вместо газового и жидкометаллического охлаждения бланкета, в том числе урановых каналов. Резкого уменьшения МГД потерь при прокачке жидкого металла в магнитном поле можно добиться электрической изоляцией его от труб, по которым он течет, вместе с гидродинамической оптимизацией контура. Реализация этой интересной возможности требует еще больших технологических исследований.

9. СИСТЕМА ГИБРИДНЫЙ РЕАКТОР — РЕАКТОРЫ ДЕЛЕНИЯ

Этот вопрос был рассмотрен в предыдущей нашей статье этого сборника [10]. Здесь же обсудим лишь соотношение между концепцией «быстрого бланкета», принятой в проекте ОТР, и другими концепциями гибридных реакторов.

Концепция глубокого выжигания урана в бланкете [11] осуществима и в «быстром бланкете» при использовании топлива, выдерживающего глубокое выгорание. Однако, шансы этой концепции, являющейся по существу альтернативой реакторам деления, невелики в связи с высокой стоимостью термоядерного реактора.

Обогащение ^{238}U или ^{232}Th делящимся горючим (^{239}Pu или ^{233}U) в бланкете [12], позволяющее осуществить «безхимический» топливный цикл для реакторов деления, не встречает принципиальных препятствий и в концепции «быстрого бланкета».

Существенными отличиями обладает «бланкет с подавленным делением», активно изучаемый в последнее время в США и направленный на топливообеспечение тепловых реакторов деления, работающих в цикле ^{232}Th — ^{233}U [13]. Размножение нейтронов в таком бланкете осуществляется за счет ($n, 2n$)-реакции на ^9Be . В этом случае производство ^{233}U на единицу мощности получается высоким, но лишь за счет малой плотности делений. В расчете же на термоядерную мощность производительность по ядерному горючему и мощность бланкета здесь ниже, чем для «быстрого бланкета». Близкие экономические показатели получаются за счет лучшего топливного баланса тепловых реакторов в цикле Th—U по сравнению с циклом U—Pu, а также из-за принимаемых в этих расчетах более высоких нагрузок на первую стенку.

Но и у цикла U—Pu для водоохлаждаемых реакторов имеются большие резервы улучшения топливного баланса, которые будут вовлекаться в реакторную практику по мере удорожания урана и освоения замкнутого топливного цикла.

Важным же достоинством бланкета с подавленным делением является упрощение проблем аварийного расхолаживания из-за малой плотности делений и низкой концентрации продуктов деления. Это достоинство может оказаться решающим, если для «быстрого бланкета» не удастся найти решений, исключаящих расплавление или разрушение бланкета в аварийных ситуациях.

10. ЗАКЛЮЧЕНИЕ

При написании этой статьи автор не ставил перед собой задачи дать полный и объективный обзор идей и разработок по энергетическому термоядерному реактору.

Статья отражает скорее субъективный взгляд автора на пути решения проблем энергетического реактора. Разработка проекта опытного реактора токамака ОТР, обсуждением которого главным образом и является настоящая статья, находится еще в начальной стадии, на которой неизбежно существование разных точек зрения, как неизбежно и изменение взглядов на решение тех или иных проблем в ходе дальнейшей, более тщательной и всесторонней разработки. Определенный же вывод из проведенного изучения состоит в реальности создания энергетического термоядерного реактора уже на существующей научной и технической базе.

ЛИТЕРАТУРА

1. *Кадомцев Б. Б.* Опытный термоядерный реактор. Вопросы атомной науки и техники. Серия: Термоядерный синтез, 1984, вып. 2(15), 78—79
2. International Tokamak Reactor. Phase One. — Vienna, IAEA, 1982, 862
3. *Альтовский И. В., Григорьев О. В., Григорьян А. А. и др.* О возможности создания реактора-токамака с «теплыми» обмотками. Атомная энергия, 1985, 58, вып. 5, 336—341
4. *Kofoov V. V., Shatalov G. E.* Gas cooled blanket of a hybrid thermonuclear reactor with solid lithium-containing materials. Proceedings: US — USSR symposium on fusion-fission reactors, CONF — 760733, LLNL, 1976, 129—142
5. *Berwald D. H., Moir R. W., et al.* Fission — suppressed hybrid reactor — the fusion breeder, UCID — 19638, Lawrence Livermore National Laboratory, 1982
6. *Орлов В. В., Альтовский И. В.* Физические проблемы материалов первой стенки термоядерных реакторов. Препринт ИАЭ-3380/8, 1981, 20.
7. *Igithkhanov Yu. L., Krashenninnikov S. I., et al.* Physics of the edge plasma in a tokamak with the poloidal divertor. — USSR Contribution to the Phase II A Part 2 of the INTOR Workshop, 1, 1984, 7—56
8. *Шаталов Г. Е.* Достижимые нейтронные параметры быстрых урановых бланкетов гибридных термоядерных реакторов. Атомная энергия, 57, вып. 1, 1984, 36—41
9. *Maya I., Schultz K. R.* Safety evaluation of hybrid blanket concepts. GA — A16101, 1980
10. *Кадомцев Б. Б., Орлов В. В.* Термоядерный синтез и атомная энергетика, наст. сборник.
11. *Феоктистов Л. П., Аврорин Е. Н., Варганова Л. Ф.* О гибридном реакторе на основе лазерного термоядерного синтеза. — Квантовая электроника, 5, № 2, 1978, 349—358
12. *Rozhkov S. S., Shatalov G. E.* Thorium in the blanket of a hybrid thermonuclear reactor, see 4, 143—152
13. *Lee J. D., Moir R. W.* Feasibility study of a fission — suppressed tandem — mirror hybrid reactor, UCID — 19327, Lawrence Livermore National Laboratory, 1982

ЧИСЛЕННОЕ МОДЕЛИРОВАНИЕ РАВНОВЕСИЯ И УСТОЙЧИВОСТИ ТОРОИДАЛЬНОЙ ПЛАЗМЫ

Л. М. Дегтярев, В. В. Дроздов, С. Ю. Медведев

ОГЛАВЛЕНИЕ

1. Введение	81
2. Математические модели равновесия и устойчивости	83
2.1. Уравнения магнитостатики	83
2.2. Принцип виртуальных перемещений для идеально-проводящей адиабатичной плазмы	84
2.3. Равновесие в симметричных плазменных конфигурациях	87
2.4. Квазцилиндрическое описание трехмерного МГД-равновесия в потоковых переменных	90
2.5. Трехмерный аналог уравнения равновесия Грэда — Шафранова	94
3. Методы решения двумерной задачи МГД-равновесия	97
3.1. Конечно-разностные методы на фиксированных (эйлеровых) сетках	97
3.2. Конечно-разностные методы на адаптирующихся к решению (лагранжевых) сетках	98
3.2.1. Интерполяционные методы построения сеток	98
3.2.2. Метод обращения переменных	98
3.3. Вариационные моментные методы	99
4. Алгоритмы расчета трехмерного МГД-равновесия	103
4.1. Вариационные конечно-разностные методы в потоковых переменных	105
4.2. Моментные методы, основанные на разложении в кратный ряд Фурье	106
4.3. Двумерные приближения трехмерного уравнения равновесия	108
5. О методах расчета устойчивости	109
6. Предельные значения β в токамаке	114
6.1. Двухшаговая оптимизация равновесной конфигурации	114
6.2. Результаты расчетов предельных значений β	117
6.3. Законы подобия для предельных значений β	128
7. Заключение	130
Литература	131

1. ВВЕДЕНИЕ

Вопросы равновесия и устойчивости плазмы занимают центральное место в теоретических и экспериментальных исследованиях систем магнитного удержания. Так, при оптимизации параметров экспериментальной установки или термоядерного реактора определяющее значение имеет достижимая величина β . Точная оценка β для предельно устойчивой относительно МГД-

мод плазмы в магнитных системах удержания может быть получена только численно с применением вычислительных методов, ориентированных на ЭВМ. Расчет МГД-устойчивости включает в себя решение двух основных задач: 1) отыскание равновесной конфигурации; 2) изучение динамики малых отклонений от равновесного положения.

Данная работа посвящена обзору современного состояния математического моделирования в этой области. Обзор состоит из двух частей. В первой части обсуждаются формулировки задач МГД-равновесия и численные методы их решения. Во второй части работы представлены численные методы решения задач линейной идеальной МГД-устойчивости и результаты расчетов. Акцент здесь сделан на анализе расчетов предельно устойчивых значений β токамака и интерпретации результатов в виде законов подобия.

В последнее время в связи с поисками возможностей удержания плазмы с высокими значениями β активно обсуждаются трехмерные замкнутые конфигурации. При анализе магнитных систем стеллараторного типа широко используются стеллараторное приближение, сводящее исходные трехмерные задачи равновесия и устойчивости к двумерным. При высоких значениях β возникает принципиальный вопрос о применимости двумерного приближения к реальному трехмерному равновесию. Большой интерес вызывают также и существенно трехмерные замкнутые магнитные системы. Это стимулировало развитие целого ряда методов расчета трехмерного МГД-равновесия. Авторам представляется важным обсудить трехмерные формулировки МГД-равновесия, существующие коды для численного решения трехмерных задач, а также возможные тенденции их развития. В целях общности и компактности изложения, на наш взгляд, целесообразно привлечение известной доли математического формализма.

В теоретических исследованиях тороидальной плазмы ее равновесное состояние представляет не только самостоятельный интерес, но и служит отправной точкой для исследований многих других свойств плазменного шнура. Численное моделирование таких процессов, как, например, развитие МГД-неустойчивостей или перенос частиц, энергии, поля в плазме требует многократного и весьма точного расчета МГД-равновесия. Эти обстоятельства предъявляют к вычислительным алгоритмам требования универсальности и эффективности. Универсальность метода следует понимать как возможность применения к широкому классу задач, а эффективность — как быстродействие и обеспечение высокой точности получаемых результатов. Для двумерных задач МГД-равновесия, которые описывают широкий круг магнитных систем (осевая симметрия в токамаках, компактных торах и др., винтовая симметрия в стеллараторах с большим аспектным отношением с круговой и винтовой осью),

такие универсальные и эффективные методы к настоящему времени разработаны. Они, как правило, основаны на двумерном квазилинейном эллиптическом уравнении равновесия Грэда—Шафранова. В настоящем обзоре дано систематическое изложение основных направлений конструирования методов решения двумерных задач. Существующие методы для трехмерных задач не обладают, однако, одновременно достаточной универсальностью и эффективностью. Причина этого состоит в том, что в отличие от двумерных равновесных конфигураций, для которых имеется очень удобное описание (одно скалярное уравнение), трехмерное равновесие формулируется на языке векторной системы уравнений магнитостатики. Поэтому, здесь по-прежнему остается актуальной задача построения точного математического описания трехмерного МГД-равновесия, удобного для численного моделирования. Здесь обсуждается одна из таких возможных формулировок, которая обобщает на случай трех измерений уравнение Грэда—Шафранова.

Задача устойчивости плазмы токамака может быть сведена к последовательности двумерных спектральных задач. Исследование устойчивости моды с конкретным тороидальным волновым числом сводится к оценке знака и величины старшего собственного числа и анализу структуры собственного смещения соответствующей спектральной задачи. Коэффициенты таких задач определяются исследуемым равновесным состоянием, которое должно быть заранее известно или рассчитано. С вычислительной точки зрения задачи устойчивости весьма громоздки и требуют привлечения высокоточных методов.

Особое внимание в обзоре методов и программ для решения спектральных задач устойчивости уделено обсуждению различных подходов к численному нахождению границы устойчивости и соответствующих предельных параметров плазмы.

2. МАТЕМАТИЧЕСКИЕ МОДЕЛИ РАВНОВЕСИЯ И УСТОЙЧИВОСТИ

2.1. Уравнения магнитостатики

Равновесие реальной плазмы в достаточно широком диапазоне параметров микроскопически описывается [1], [2] моделью идеальной магнитостатики

$$\nabla p = \mathbf{j} \times \mathbf{B} \quad (1)$$

$$\mathbf{j} = \nabla \times \mathbf{B} \quad (2)$$

$$\nabla \cdot \mathbf{B} = 0 \quad (3)$$

Уравнения (1)—(2), в предположении, что магнитные поверхности $a(\mathbf{r}) = \text{const}$ существуют, сводятся к трем скалярным уравнениям

$$\mathbf{B} \cdot \nabla a = 0, \quad \mathbf{j} \cdot \nabla a = \nabla \cdot (\mathbf{B} \times \nabla a) = 0, \quad (4)$$

$$(\nabla \times \mathbf{B}) \cdot (\mathbf{B} \times \nabla a) = \frac{dp}{da} (\nabla a)^2, \quad (5)$$

которые отражают факт совпадения магнитных, токовых и изобарических поверхностей в любой равновесной плазменной конфигурации. Условия на поле (3), (4) позволяют конструктивно представить его через скалярные и векторные величины в виде, удобном для решения уравнения (5). Современные подходы к исследованию уравнений магнитостатики основаны именно на таком последовательном учете свойств поля (3), (4) и собственно уравнения равновесия (5).

Принципиально важными для системы (1)–(3) являются вопросы: разрешима ли она в общем случае трех измерений и допускает ли решение в виде вложенных тороидальных магнитных поверхностей, желательных с точки зрения эффективного удержания высокотемпературной плазмы.

Хотя эти вопросы подняты и обсуждаются уже давно [3]–[8], строго математического ответа на них пока нет.

2.2. Принцип виртуальных перемещений для идеально-проводящей адиабатичной плазмы

Весьма эффективным средством как построения, так и исследования математических моделей теории равновесия плазмы является вариационный принцип. Для задачи магнитостатики был предложен ряд вариационных формулировок [9]–[11], основанных на комбинациях функционалов

$$Q_{\mathbf{B}} = \int_{\Omega_p} \frac{\mathbf{B}^2}{2} d^3\mathbf{r}, \quad Q_p = \begin{cases} \int_{\Omega_p} \frac{p}{\gamma-1} d^3\mathbf{r}, & \gamma \neq 1 \\ \int_{\Omega_p} p \ln p d^3\mathbf{r}, & \gamma = 1 \end{cases} \quad (6)$$

с соответствующими ограничениями. Здесь остановимся подробнее на принципе виртуальных перемещений для идеально-проводящей адиабатичной плазмы, который по сути используется и при изучении устойчивости найденных равновесных состояний. В этом случае, в качестве функционала выступает сумма внутренней энергии плазмы и магнитного поля — полная энергия.

$$W(\mathbf{B}, p) = W_p(\mathbf{B}, p) + W_v(\mathbf{B}),$$

$$W_p(\mathbf{B}, p) = \int_{\Omega_p} \left(\frac{p}{\gamma-1} + \frac{\mathbf{B}^2}{2} \right) d^3\mathbf{r}, \quad W_v(\mathbf{B}) = \int_{\Omega_v} \frac{\mathbf{B}^2}{2} d^3\mathbf{r}. \quad (7)$$

Выражение (7) имеет место для плазмы Ω_p ($\partial\Omega_p = \Gamma_p$), отделенной от окружающего ее идеально-проводящего кожуха Γ_w вакуумной прослойкой Ω_v .

Множество допустимых вариаций в (7) ограничивает система связей — уравнения идеальной плазмы:

$$\begin{aligned} \frac{\partial \mathbf{B}}{\partial t} &= -\nabla \times \mathbf{E}, \quad \mathbf{r} \in \Omega_p \cup \Omega_v, \\ \mathbf{E} + \mathbf{v} \times \mathbf{B} &= 0, \\ \frac{\partial \rho}{\partial t} + \nabla \cdot \rho \mathbf{v} &= 0, \quad \mathbf{r} \in \Omega_p, \\ \frac{\partial}{\partial t} \left(\frac{p}{\rho^{\gamma}} \right) + \mathbf{v} \cdot \nabla \left(\frac{p}{\rho^{\gamma}} \right) &= 0, \end{aligned} \quad (8)$$

вместе с главными граничными условиями

$$\begin{aligned} (\mathbf{B} \cdot \mathbf{n}) &= 0, \quad \mathbf{r} \in \Gamma_p, \Gamma_w, \\ (\mathbf{E} + \mathbf{v} \times \mathbf{B}) \times \mathbf{n} &= 0, \quad \mathbf{r} \in \Gamma_p, \\ \mathbf{E} \times \mathbf{n} &= 0, \quad \mathbf{r} \in \Gamma_w \end{aligned} \quad (9)$$

и условием соленоидальности магнитного поля (3).

В вакууме удобно определить лагранжевы псевдочастицы. Для этого продолжим поле скоростей \mathbf{v} , удовлетворяя требованиям

$$\begin{aligned} [(\mathbf{v} \cdot \mathbf{n})]_{\Gamma_p} &= 0, \quad \mathbf{r} \in \Gamma_p \\ (\mathbf{v} \cdot \mathbf{n}) &= 0, \quad \mathbf{r} \in \Gamma_w, \end{aligned} \quad (10)$$

и полагая, с целью однозначности, например

$$\mathbf{v} = -\nabla \Phi, \quad \nabla \cdot \nabla \Phi = 0. \quad (11)$$

Зададимся независимыми виртуальными перемещениями: смещением жидкого элемента в плазме

$$\mathbf{r}(\mathbf{r}_0, t) = \mathbf{r}_0 + \int_0^t \mathbf{v}(\mathbf{r}_0, t) dt, \quad \delta \mathbf{r} = \mathbf{v} \delta t \quad (12)$$

и возмущением векторного потенциала в вакууме

$$\mathbf{A}(\mathbf{r}_0, t) = \mathbf{A}(\mathbf{r}_0, 0) - \int_0^t \mathbf{E}(\mathbf{r}_0, t) dt, \quad \delta \mathbf{A} = -\mathbf{E} \delta t. \quad (13)$$

С учетом вытекающих из (8) — (11) связей

$$\begin{aligned} \delta \mathbf{A} &= \delta \mathbf{r} \times \mathbf{B}, \quad \delta p = -\gamma d \nabla \cdot \delta \mathbf{r}, \quad \mathbf{r} \in \Omega_p, \\ \delta \mathbf{B} &= \nabla \times \delta \mathbf{A} + (\delta \mathbf{r} \cdot \nabla) \mathbf{B}, \quad \mathbf{r} \in \Omega_p \cup \Omega_v, \\ (\delta \mathbf{A} - \delta \mathbf{r} \times \mathbf{B}) \times \mathbf{n} &= 0, \quad \mathbf{r} \in \Gamma_p, \Gamma_w \end{aligned} \quad (14)$$

получим выражение для первой вариации (7)

$$\delta W = \int_{\Omega_p} (\nabla p - \mathbf{j} \times \mathbf{B}) \cdot \delta \mathbf{r} d^3 \mathbf{r} + \int_{\Omega_v} (\mathbf{j} \cdot \delta \mathbf{A}) d^3 \mathbf{r} -$$

$$-\int_{\Gamma_p} \left[p + \frac{\mathbf{B}^2}{2} \right]_{\Gamma_p} (\delta \mathbf{r} \cdot \mathbf{n}) d^2 \mathbf{r}. \quad (15)$$

Поэтому, стационарная точка (7) описывается уравнениями равновесия (1), (2) в плазме и

$$\Delta \times \mathbf{B} = 0 \quad (16)$$

в вакууме, а также условием баланса полных давлений на границе плазма—вакуум

$$\left[p + \frac{\mathbf{B}^2}{2} \right]_{\Gamma_p} = p + \frac{\mathbf{B}_i^2}{2} - \frac{\mathbf{B}_e^2}{2} = 0, \quad \mathbf{r} \in \Gamma_p. \quad (17)$$

Подчеркнем, что последнее условие для функционала (7) является естественным, а условие $(\mathbf{B} \cdot \mathbf{n}) = 0$, $\mathbf{r} \in \Gamma_p$, Γ_w главным.

Отметим также, что следствием системы связей (8)—(9) в плазме является сохранение при виртуальных смещениях магнитных потоков через каждое жидкое сечение и массы жидкого объема. В частности, неизменны полоидальный и тороидальный потоки и масса плазмы внутри каждой силовой трубки магнитного поля. В вакууме можно говорить только о сохранении полных потоков через сечения между идеально-проводящей стенкой и границей плазмы. Для определения равновесного состояния эти величины должны быть заданы.

Рассматривая приращение полной энергии

$$\Delta W = \delta W + \delta^2 W + \dots \quad (18)$$

на равновесном состоянии $\delta W = 0$ приходим к принятому определению устойчивости собственных колебаний плазмы [12], эквивалентному требованию неотрицательности квадратичного функционала

$$\delta^2 W \geq 0. \quad (19)$$

Следует сказать, что выполнение условия (19) не гарантирует минимум функционала (7), поэтому корректность данного определения обосновывается с привлечением дополнительных физических соображений [12]. Для полноты изложения приведем выражение для второй вариации (7) в терминах $\xi = \delta \mathbf{r}$, $\mathbf{A} = \delta \mathbf{A}$, $\mathbf{n} = \nabla p / |\nabla p|$ при условии $\delta W = 0$

$$\begin{aligned} \delta^2 W = & \int_{\Omega_p} \{ [\mathbf{v} \times (\xi \times \mathbf{B}) + (\mathbf{j} \times \mathbf{n}) (\xi \cdot \mathbf{n})]^2 - \\ & - 2(\mathbf{j} \times \mathbf{n}) \cdot (\mathbf{B} \cdot \nabla \mathbf{n}) (\xi \cdot \mathbf{n})^2 + \gamma p (\nabla \cdot \xi)^2 \} d^3 \mathbf{r} - \\ & - \int_{\Gamma_p} \mathbf{n} \cdot \nabla \left(p + \frac{\mathbf{B}_i^2}{2} - \frac{\mathbf{B}_e^2}{2} \right) (\xi \cdot \mathbf{n})^2 d^2 \mathbf{r} + \int_{\Omega_v} (\nabla \times \mathbf{A})^2 d^3 \mathbf{r}. \end{aligned} \quad (20)$$

В стационарной точке $\delta^2 W$ имеем

$$\delta^2 W = -\frac{1}{2} \int_{\Omega_p} (\xi \cdot \mathbf{F} \xi) d^3 \mathbf{r}, \quad (21)$$

$\mathbf{F}\xi = \nabla(\xi \cdot \nabla p + \gamma p \nabla \cdot \xi) + \mathbf{j} \times \nabla \times (\xi \times \mathbf{B}) + \nabla \times (\nabla \times (\xi \times \mathbf{B})) \times \mathbf{B}$,
 где \mathbf{F} линейный самосопряженный оператор [12], [13].

Минимизация (20) с нормировкой

$$K(\xi, \xi) = \frac{1}{2} \int_{\Omega_p} \rho(\xi \cdot \xi) d^3r = 1 \quad (22)$$

позволяет определить спектр собственных колебаний.

2.3. Равновесие в симметричных плазменных конфигурациях

В настоящее время все математически достоверные (в свете замечания о разрешимости системы (1)—(3)) решения уравнений равновесия получены только для плазменных конфигураций, обладающих координатной симметрией. Последнее означает, что в естественной для геометрии шнура криволинейной системе координат $\mathbf{x} = (x^1, x^2, x^3)$ компоненты фундаментального метрического тензора не зависят от третьей переменной

$$\frac{\partial g_{ik}}{\partial x^3} = 0. \quad (23)$$

Обращаясь к общим теоремам дифференциальной геометрии, можно показать [14], что существует только три типа конфигураций со свойством (23), а именно: конфигурации с плоской, аксиальной и винтовой симметрией. Во всех этих случаях векторная система магнитостатики сводится к скалярным двумерным квазилинейным эллиптическим уравнениям [1], [4], [14] для так называемой функции потока $\Psi(x^1, x^2)$. Эти уравнения допускают единую запись в форме обобщенного уравнения равновесия Грэда—Шафранова [14].

В данном и следующих пунктах этого раздела остановимся на описании формального математического аппарата, удобного и полезного с точки зрения численного моделирования равновесного состояния плазмы.

Пусть $\mathbf{x} = (x^1, x^2, x^3)$ некоторая заданная криволинейная система координат. Тогда определены базисные ковариантные и контравариантные векторы [1]

$$\mathbf{l}^i = \nabla x^i, \quad \mathbf{l}_k = \frac{\partial \mathbf{r}}{\partial x^k}, \quad (\mathbf{l}^i \mathbf{l}_k) = \delta_{ik} \quad (24)$$

Якобиан преобразования $\mathbf{r} \rightarrow \mathbf{x}$

$$\sqrt{g} = \frac{D(\mathbf{r})}{D(\mathbf{x})} = \mathbf{l}_1 \cdot (\mathbf{l}_2 \times \mathbf{l}_3) = (\mathbf{l}^1 \cdot (\mathbf{l}^2 \times \mathbf{l}^3))^{-1}, \quad (25)$$

и ковариантные и контравариантные составляющие фундаментального метрического тензора

$$g_{ik} = (\mathbf{l}_i \cdot \mathbf{l}_k), \quad g = \det g_{ik},$$

$$g^{ik} = (\mathbf{l}^i \cdot \mathbf{l}^k) = \{g_{ik}\}^{-1} = \frac{G^{ki}}{g}. \quad (26)$$

Произвольный вектор характеризуется своими ко- и контравариантными проекциями:

$$\begin{aligned} \mathbf{A} &= A_j \mathbf{l}^j = A^i \mathbf{l}_i, & A_i &= (\mathbf{A} \cdot \mathbf{l}_i), & A^i &= (\mathbf{A} \cdot \mathbf{l}^i), \\ A_i &= g_{ik} A^k, & A^i &= g^{ik} A_k. \end{aligned} \quad (27)$$

Предполагая в системе координат $x^i = (u, v, s)$ выполнение условия координатной симметрии (23), имеем следующие свойства заданного вектора $\mathbf{l}_3 = \frac{\partial \mathbf{r}}{\partial s}$:

$$\nabla \cdot \frac{\mathbf{l}_3}{g_{33}} = 0, \quad \nabla \times \frac{\mathbf{l}_3}{g_{33}} = \nabla \cdot \left(\frac{\mathbf{l}_3 \times \mathbf{l}^3}{g_{33}} \right) \mathbf{l}_3. \quad (28)$$

Поэтому произвольное магнитное поле с независимыми от $x^3 = s$ компонентами, удовлетворяющее условиям (3), (4), и соответствующий ему ток представимы в виде:

$$\begin{aligned} \mathbf{B} &= \frac{\nabla \Psi \times \mathbf{l}_3 + F(\Psi) \mathbf{l}_3}{g_{33}}, & \nabla \times \mathbf{B} &= \frac{\nabla F \times \mathbf{l}_3 + J_3 \mathbf{l}_3}{g_{33}}, \\ \frac{J_3}{g_{33}} &= \nabla \cdot \left(-\frac{\nabla \Psi}{g_{33}} \right) + F \nabla \cdot \left(\frac{\mathbf{l}_3 \times \mathbf{l}^3}{g_{33}} \right). \end{aligned} \quad (29)$$

Здесь $\Psi = \Psi(a) = \Psi(u, v) = A_3$ ($\mathbf{B} = \nabla \times \mathbf{A}$), $F = B_3$ постоянны на магнитных поверхностях и являются в расчете на единицу длины по x^3 аналогами полоидального потока и тока в осесимметрических системах. Подчеркнем, что выбором распределений $\Psi(u, v)$, $F(\Psi)$ в (29) можно задать все возможные симметричные поля с совпадающими магнитными и токовыми поверхностями. С учетом представления (29) уравнение равновесия (5) становится двумерным квазилинейным по правой части эллиптическим уравнением для функции потока

$$A(\Psi, F, p, \mathbf{r}) = \Delta \cdot \left(\frac{\nabla \Psi}{g_{33}} \right) - F \nabla \cdot \left(\frac{\mathbf{l}_3 \times \mathbf{l}^3}{g_{33}} \right) + \frac{1}{2g_{33}} \frac{dF^2}{d\Psi} + \frac{dp}{d\Psi} = 0 \quad (30)$$

$$\begin{aligned} & \frac{1}{\sqrt{g}} \sum_{i,k=1}^2 \frac{\partial}{\partial x^i} \left(\frac{G_{ik}}{\sqrt{g} \cdot g_{33}} \frac{\partial \Psi}{\partial x^k} \right) = \\ & = \frac{1}{\sqrt{g}} \left[\frac{\partial}{\partial x^1} \left(\frac{g_{23}}{g_{33}} \right) - \frac{\partial}{\partial x^2} \left(\frac{g_{13}}{g_{33}} \right) \right] F - \frac{1}{2g_{33}} \frac{dF^2}{d\Psi} - \frac{dp}{d\Psi}. \end{aligned} \quad (31)$$

Уравнение (30), тем самым, среди множества полей (29) выделяет равновесное. Как правило, оно решается при заданных зависимостях $p(\Psi)$ и $F(\Psi)$ и с однородным условием $\Psi = \Psi_0$ на «крайней» магнитной поверхности.

В этом случае (30) допускает и классическую для эллиптических уравнений [15] вариационную формулировку, поскольку описывает стационарную точку функционала;

$$\begin{aligned}
 W_p(\mathbf{B}, p) &= \int_{\Omega_p} \left(\frac{\mathbf{B}^2}{2} - B^3 B_3 - p \right) d^3 \mathbf{r} = \\
 &= \int_{\Omega_p} \left\{ \frac{1}{2g_{33}} \left[|\nabla \Psi|^2 - F^2(\Psi) - 2F(\Psi) (\mathbf{l}_3 \times \mathbf{l}^3) \cdot \nabla \Psi \right] - p(\Psi) \right\} \times \\
 &\times \sqrt{g} du dv, \quad \Omega_p = \Omega_{puv} \times [0, 1].
 \end{aligned} \tag{32}$$

Понятно, что величина $\int_{\Omega_p} B^3 B_3 d^3 \mathbf{r}$ инвариантна в пределах дву-

мерных трансформаций систем координат:

$$\begin{aligned}
 x^{i*} &= x^{i*}(u, v), \quad i = 1, 2, \\
 x^{3*} &= \text{const} \cdot s + \varphi(u, v).
 \end{aligned} \tag{33}$$

Как уже отмечалось, существует только три типа координатной симметрии, причем вектор \mathbf{l}_3 представим в виде [14]

$$\mathbf{l}_3(\mathbf{r}) = \frac{d\mathbf{r}}{dx^3} = \mathbf{a} + \mathbf{b} \times \mathbf{r}, \quad \mathbf{a} = \text{const}, \quad \mathbf{b} = \text{const}. \tag{34}$$

Без ограничения общности, полагая поочередно

$$\begin{aligned}
 \mathbf{a} &= a\mathbf{l}_z, \quad \mathbf{b} = 0, \quad \mathbf{l}_3 = a\mathbf{l}_z; \\
 \mathbf{a} &= 0, \quad \mathbf{b} = b\mathbf{l}_z, \quad \mathbf{l}_3 = b\mathbf{l}_\varphi; \\
 \mathbf{a} &= a\mathbf{l}_z, \quad \mathbf{b} = b\mathbf{l}_z, \quad \mathbf{l}_3 = a\mathbf{l}_z + b\mathbf{l}_\varphi,
 \end{aligned} \tag{35}$$

где (R, φ, Z) — цилиндрическая система координат, получим соответственно плоскую, аксиальную и винтовую симметрии.

Приведем компоненты фундаментального метрического тензора в некоторой квазидекартовой системе координат (u, v, s) , удобной при расчетах двухмерного равновесия. Выберем за геометрическую ось симметричной плазменной конфигурации, в общем случае, винтовую линию $\mathbf{r}_0(s)$ с кривизной k и кручением \varkappa

$$k = \frac{R_0}{R_0^2 + h_0^2}, \quad \varkappa = \frac{h_0}{R_0^2 + h_0^2}, \tag{36}$$

R_0 — радиус, $2\pi h_0$ — шаг винта, s — длина дуги, отсчитываемая от некоторой точки $s=0$. Пусть далее

$$\mathbf{n}_0(s) = \frac{1}{k} \frac{d^2 \mathbf{r}_0}{ds^2}, \quad \mathbf{b}_0(s) = \frac{d\mathbf{r}_0}{ds} \times \mathbf{n}_0 \tag{37}$$

главная нормаль и бинормаль.

Тогда естественная криволинейная система координат вводится соотношением

$$\mathbf{r}(u, v, s) = \mathbf{r}_0(s) + u\mathbf{n}_0(s) + v\mathbf{b}_0(s). \tag{38}$$

Так что метрический тензор в ней имеет составляющие

$$\begin{aligned} g_{11}^0 = g_{22}^0 = 1, \quad g_{12}^0 = 0, \quad g_{13}^0 = -\kappa v, \quad g_{23}^0 = \kappa u, \\ g_{33}^0 = (1 - \kappa u)^2 + \kappa^2 (u^2 + v^2), \quad \sqrt{g^0} = 1 - \kappa u. \end{aligned} \quad (39)$$

Например, для токамака:

$$R_0 > 0, \quad h_0 = 0, \quad u = R_0 - R, \quad v = Z, \quad s = R_0 \Phi, \quad (40)$$

и прямого цилиндра

$$R_0 = \infty, \quad h_0 = 0, \quad u = R \cos \Phi = x, \quad v = R \sin \Phi = y, \quad s = Z. \quad (41)$$

Подставляя (39) в уравнение (30), (31) придадим задаче равновесия конкретный двумерный вид:

$$\begin{aligned} L\Psi = \sum_{i, k=1}^2 \frac{\partial}{\partial x^i} \left(a_{ik}(\mathbf{x}) \frac{\partial \Psi}{\partial x^k} \right) = -f(\mathbf{x}, \Psi), \quad \mathbf{x} = (u, v) \in \Omega_{uv}, \\ \Psi(\mathbf{x}) = \Psi_0, \quad \mathbf{x} \in \partial\Omega_{uv}, \end{aligned} \quad (42)$$

где

$$\begin{aligned} \alpha_{ik}(u, v) = \frac{G_{ik}^0}{\sqrt{g_0 g_{33}^0}}, \quad f(u, v, \Psi) = \alpha \frac{dp}{d\Psi} + \beta \frac{dF^2}{d\Psi} - \gamma F, \\ \alpha(u, v) = \sqrt{g_0}, \quad \beta(u, v) = \frac{\sqrt{g_0}}{2g_{33}^0}, \quad \gamma(u, v) = \frac{2x \sqrt{g_0}}{(g_{33}^0)^2}. \end{aligned} \quad (43)$$

Для токамака (42) переходит в уравнение Грэда—Шафранова [1]

$$\frac{\partial}{\partial R} \left(\frac{R_0}{R} \frac{\partial \Psi}{\partial R} \right) + \frac{\partial}{\partial Z} \left(\frac{R_0}{R} \frac{\partial \Psi}{\partial Z} \right) = - \left(\frac{R}{R_0} \frac{dp}{d\Psi} + \frac{R_0}{2R} \frac{dF^2}{d\Psi} \right). \quad (44)$$

2.4. Квазицилиндрическое описание трехмерного МГД-равновесия в потоковых переменных

В этом разделе остановимся на квазицилиндрическом описании МГД-равновесия в несимметричных плазменных конфигурациях [1], [8], [16], весьма удобном для дальнейших рассмотрений. Будем предполагать, что для хорошо подобранной формы плазмы существует решение системы магнитостатики (1)—(3) в виде вложенных тороидальных магнитных поверхностей, стягивающихся в замкнутую линию — магнитную ось. Тогда можно ввести потоковую систему координат $x^i = (a, \theta, \zeta)$, маркирующую соответственно магнитные поверхности $a(\mathbf{r}) = \text{const}$, $a \in [0, a_{\max}]$, полоидальные перегородки $\theta(\mathbf{r}) = \text{const}$, $\theta \in [0, 2\pi)$, один край которых совпадает с магнитной осью $a=0$ и тороидальные перегородки $\zeta(\mathbf{r}) = \text{const}$, $\zeta \in [0, 2\pi)$, пересекающие магнитную ось. Конкретный выбор переменных, и особенно топологии поверхностей $\theta(\mathbf{r}) = \text{const}$, $\zeta(\mathbf{r}) = \text{const}$, диктуется спецификой рассматриваемой задачи и соображениями удобства. Отметим, что задачи равновесия, устойчивости и эволюции, а также многие другие

к ним примыкающие наиболее адекватным образом формулируются именно в потоковых переменных.

Как и в случае симметричных конфигураций, учет свойств поля (3), (4), а также вложенности его силовых трубок, дает следующие развернутые представления Клебша для векторного потенциала и поля [16]:

$$\begin{aligned} \mathbf{A} &= -\eta \nabla a + \Phi \nabla \theta + \Psi \nabla \zeta, \\ \mathbf{B} &= \nabla a \times \nabla \eta + \nabla \Phi \times \nabla \theta + \nabla \Psi \times \nabla \zeta, \\ \mathbf{B} &= -v \nabla a + I \nabla \theta + F \nabla \zeta + \nabla \Phi. \end{aligned} \quad (45)$$

Здесь $2\pi\Phi(a)$, $2\pi\Psi(a)$, $2\pi I(a)$, $2\pi F(a)$ — тороидальные и внешние полоидальные потоки и токи, $\eta(a, \theta, \zeta)$, $v(a, \theta, \zeta)$, $\Phi(a, \theta, \zeta)$ — периодические функции. В пределах заданной топологии перигорodik $\theta(r) = \text{const}$, $\zeta(r) = \text{const}$ потоки и токи Φ , Ψ , I , F как интегральные величины инвариантны относительно выбора потоковой системы координат, и, напротив, функции η , v , Φ существенно от него зависят.

Для любого вектора $\mathbf{e}(r)$ его ортогональную проекцию на магнитную поверхность $a(r) = \text{const}$ обозначим $\mathbf{e}_a(r)$:

$$\mathbf{e}_a = \frac{(\nabla a \times \mathbf{e}) \times \nabla a}{(\nabla a \cdot \nabla a)} = \mathbf{e} - \left(\mathbf{e} \cdot \frac{\nabla a}{|\nabla a|} \right) \frac{\nabla a}{|\nabla a|}. \quad (46)$$

Поскольку $\mathbf{B} = \mathbf{B}_a$, последнее из представлений (45) переходит [17] в

$$\mathbf{B} = I \nabla_a \theta + F \nabla_a \zeta + \nabla_a \Phi. \quad (47)$$

Каждое из представлений поля (45), (47) автоматически удовлетворяет только двум из трех условий (3), (4). Недостающее условие позволяет определить зависимости $\eta(a, \theta, \zeta)$, $\Phi(a, \theta, \zeta)$, а именно:

$$\begin{aligned} \nabla \cdot (\mathbf{B} \times \nabla a) &= \nabla \cdot [|\nabla a|^2 \nabla_a (\eta + \Phi' \theta + \Psi' \zeta)] = 0, \\ \nabla \cdot \mathbf{B} &= \nabla \cdot [\nabla_a (\Phi + I \theta + F \zeta)] = 0, \end{aligned} \quad (48)$$

$$(\prime) = \frac{d}{da}.$$

Фигурирующие здесь операторы

$$L_\Psi = \nabla \cdot (\nabla a)^2 \nabla_a, \quad L_F = \nabla \cdot \nabla_a \quad (49)$$

не содержат дифференцирования по a и на каждой магнитной поверхности являются двумерными эллиптическими [8], [17].

Представления поля (45), (47) вместе с уравнениями (48) задают все возможные поля, обладающие свойствами (3), (4). Роль уравнения (5) заключается в устранении произвола как в форме магнитных поверхностей $a(r) = \text{const}$, так и в распределениях по ним потоков и токов. Тем самым, среди множества полей (45), (47) выделяются равновесные.

Полагая в (45) и (47)

$$\eta = \Phi' \eta_2 + \Psi' \eta_3, \quad x_\eta^i = x^i + \eta_i,$$

$$\varphi = I\varphi_2 + F\varphi_3, \quad x_\varphi^i = x^i + \varphi_i, \quad i = 2, 3, \quad (50)$$

приходим к представлениям поля

$$\mathbf{B} = \nabla\Phi \times \nabla\theta_\eta + \nabla\Psi \times \nabla\zeta_\eta, \quad (51)$$

$$\mathbf{B} = I\nabla_\alpha\theta_\varphi + F\nabla_\alpha\zeta_\varphi. \quad (52)$$

В координатных системах $x_\eta^i = (a, \theta_\eta, \zeta_\eta)$, $x_\varphi^i = (a, \theta_\varphi, \zeta_\varphi)$ вы-
прямлены силовые линии векторов \mathbf{B} , $\mathbf{B} \times \nabla a$ соответственно:

$$\frac{B^{3\eta}}{B^{2\eta}} = -\frac{\Phi'}{\Psi'} = q(a), \quad \frac{B^{2\varphi}}{B^{3\varphi}} = \frac{1}{F} = \tau(a). \quad (53)$$

Потоковые системы x_η^i , x_φ^i определены с точностью до произ-
вольных периодических функций η^* , φ^*

$$\begin{aligned} \theta_\eta^* &= \theta_\eta + \eta^*, & \zeta_\eta^* &= \zeta_\eta + q\eta^*, \\ \theta_\varphi^* &= \theta_\varphi + \varphi^*, & \zeta_\varphi^* &= \zeta_\varphi - \tau\varphi^*. \end{aligned} \quad (54)$$

Во избежание неоднозначности следует задать, например,
 $\zeta_\eta = \zeta_\varphi = \zeta$ ($\eta_3 = \varphi_3 = 0$), тогда из уравнений (48) функции θ_η , θ_φ
(η_2 , φ_2) определятся уже единственным образом, если положить

$$\eta(a, 0, 0) = 0, \quad \varphi(a, 0, 0) = 0, \quad (55)$$

В произвольной потоковой системе координат, учитывая пред-
ставления поля (45), уравнения равновесия (4), (5), можно запи-
сать в виде [16]:

$$\begin{aligned} p' &= \sqrt{g}(j^2 B^3 - j^3 B^2), \\ B^i &= \frac{1}{\sqrt{g}} \left(0, -\Psi' - \frac{\partial \eta}{\partial \xi}, \Phi' + \frac{\partial \eta}{\partial \theta} \right), \\ j^i &= \frac{1}{\sqrt{g}} \left(0, -F' - \frac{\partial \varphi}{\partial \xi}, I' + \frac{\partial \varphi}{\partial \theta} \right), \\ B_i &= \left(-v - \frac{\partial \varphi}{\partial a}, I + \frac{\partial \varphi}{\partial \theta}, F + \frac{\partial \varphi}{\partial \xi} \right), \\ B_i &= g_{ik} B^k. \end{aligned} \quad (56)$$

Проводя в (56) усреднение по θ и ξ , имеем в качестве его
следствий усредненное уравнение равновесия

$$p'V' = 4\pi^2 (-F'\Phi' + I'\Psi') \quad (57)$$

и линейную связь между токами и потоками. Поэтому, для ре-
шения системы (56), вообще говоря, достаточно задать две из
пяти фигурирующих в ней поверхностных функций, например
 $p(\Psi)$ и еще какую-либо: $F(\Psi)$, $I(\Psi)$, $q(\Psi)$, $\tau(\Psi)$. Давление
можно определять и из условия адиабатичности [18], [19]

$$p(\Psi) = m(\Psi) \left[-\frac{d\Psi}{dV} \right]^\nu, \quad (58)$$

где $m(\Psi)$ — заданная зависимость, характеризующая распределение массы плазмы внутри магнитных поверхностей. Для того, чтобы систему (56) замкнуть до полной, описывающей трехмерное равновесие, необходимо конкретизировать выбор потоковых переменных.

Для замкнутой тороидальной конфигурации радиальную переменную a удобно определять заданными зависимостями от объема или потоков внутри магнитной поверхности:

$$a = a(V/V_0), \quad a = a(\Phi/\Phi_0), \quad a = a\left(\frac{\Psi_m - \Psi}{\Psi_m - \Psi_0}\right). \quad (59)$$

Здесь Ψ_m, Ψ_0 — значения поверхностных функций на магнитной оси и границе плазмы. В качестве ζ зачастую выбирают тороидальный угол φ : $\zeta = \varphi$. Переменную θ можно выбрать из условия выпрямленности силовых линий (ВСЛ) поля в $x^i(a, \theta, \zeta)$. Тогда согласно (48), (50), (51) $\theta = \theta_\eta$ удовлетворяет уравнению

$$\nabla \cdot [|\nabla a|^2 \nabla a (\Phi' \theta_\eta + \Psi' \zeta)] = 0, \quad (60)$$

которое для токамака принимает вид

$$\frac{\partial}{\partial \theta} \left(\frac{g_{33}}{\sqrt{g}} \right) = 0. \quad (61)$$

При таком выборе $\theta(\mathbf{r})$ ее уже нельзя произвольно задать на фиксированной границе плазмы, поскольку через (60) она зависит от формы внутренних магнитных поверхностей. Однако полагая

$$\theta_\eta = \theta_s + \lambda(\theta_s, \zeta), \quad (62)$$

этой трудности можно избежать. Зависимость (62) с неизвестной двумерной функцией λ позволяет задать $\theta_s(\mathbf{r})$ на границе. Эффективным, в силу простоты описания, является выбор перегородок $\theta(\mathbf{r}) = \text{const}$ из условия, что их сечение плоскостью $\zeta = \text{const}$ дает прямые линии [19]

$$\begin{aligned} R(a, \theta, \zeta) &= R^m(\zeta) + \rho(a, \theta, \zeta) [R^0(\theta, \zeta) - R^m(\zeta)], \\ Z(a, \theta, \zeta) &= Z^m(\zeta) + \rho(a, \theta, \zeta) [Z^0(\theta, \zeta) - Z^m(\zeta)], \\ \zeta &= \varphi, \end{aligned} \quad (63)$$

$$0 = \rho(0, \theta, \zeta) \leq \rho(a, \theta, \zeta) \leq \rho(a_{\max}, \theta, \zeta) = 1.$$

В двумерных задачах возможен выбор θ , так что поверхности $a(\mathbf{r}) = \text{const}$, $\theta(\mathbf{r}) = \text{const}$ ортогональны [20].

Таким образом, уравнения (56) вместе с условиями, определяющими однозначный выбор потоковых переменных (a, θ, ζ), образуют нелинейную систему уравнений относительно радиус-вектора точки $\mathbf{r} = \mathbf{r}(a, \theta, \zeta)$ и поверхностных функций.

Для симметричных конфигураций система (56) сводится к одному уравнению (31) с

$$\frac{\partial \Psi}{\partial a} = \Psi', \quad \frac{\partial \Psi}{\partial \theta} = 0,$$

которое, естественно, представляет собой запись (30) в потоковой системе координат. Привлекая переменные (u, v, s) из (36)–(39), его можно переписать как

$$\begin{aligned} \sqrt{g^0} A(\Psi, F, p, \mathbf{r}) &= J \left[\frac{\partial}{\partial a} \left(h_{11} J \frac{\partial \Psi}{\partial a} \right) + \frac{\partial}{\partial \theta} \left(h_{12} J \frac{\partial \Psi}{\partial a} \right) \right] + \\ &+ f(u, v, \Psi) = 0, \\ J^{-1} &= \frac{D(u, v)}{D(a, \theta)} = \frac{\sqrt{g}}{\sqrt{g^0}}, \\ h_{11} &= \alpha_{11} \left(\frac{\partial v}{\partial \theta} \right)^2 - 2\alpha_{12} \frac{\partial v}{\partial \theta} \frac{\partial u}{\partial \theta} + \alpha_{22} \left(\frac{\partial u}{\partial \theta} \right)^2 = \frac{G_{11}}{\sqrt{g^0 g_{33}^0}}, \\ h_{12} &= -\alpha_{11} \left(\frac{\partial v}{\partial a} \frac{\partial v}{\partial \theta} \right) - \alpha_{12} \left(\frac{\partial u}{\partial a} \frac{\partial v}{\partial \theta} + \frac{\partial u}{\partial \theta} \frac{\partial v}{\partial a} \right) - \alpha_{22} \frac{\partial u}{\partial a} \frac{\partial u}{\partial \theta} = \\ &= \frac{G_{12}}{\sqrt{g^0 g_{33}^0}}. \end{aligned} \quad (64)$$

2.5. Трехмерный аналог уравнения равновесия Грэда—Шафранова

От неинвариантных (в смысле зависимости от выбора θ, ζ) представлений магнитного поля (45), в рамках фиксированной топологии перегородок $\theta(\mathbf{r}) = \text{const}$, $\zeta(\mathbf{r}) = \text{const}$, можно перейти к инвариантным и даже более того к аналогу смешанного представления (29) через ток и поток в симметричном случае. Это достигается [8], [17] введением систем так называемых натуральных $x_{\Psi}^i(a, \theta_{\Psi}, \zeta_{\Psi})$ и конатуральных $x_F^i = (a, \theta_F, \zeta_F)$ потоковых координат. Порождающие их функции находятся из уравнений

$$\begin{aligned} L_{\Psi} \theta_{\Psi} &= L_{\Psi} \zeta_{\Psi} = 0, \\ L_F \theta_F &= L_F \zeta_F = 0. \end{aligned} \quad (65)$$

Данные уравнения, будучи однозначно разрешимыми, дают координатные функции $x_{\Psi}^i, i=2, 3$, зависящие только от формы магнитных поверхностей $a(\mathbf{r}) = \text{const}$ и топологии перегородок $x^i = \text{const}, i=2, 3$. В силу линейной независимости уравнений в каждой паре (65) преобразования $\mathbf{r} \rightarrow x_{\Psi}^i, \mathbf{r} \rightarrow x_F^i$ являются невырожденными

$$\frac{D(\mathbf{r})}{D(\mathbf{x}_{\Psi})} = \sqrt{g_{\Psi}} \neq 0, \quad \frac{D(\mathbf{r})}{D(\mathbf{x}_F)} = \sqrt{g_F} \neq 0. \quad (66)$$

В результате можно говорить об инвариантности следующих из (45), (47), (50)–(52) представлений магнитного поля

$$\mathbf{V} = \nabla \Phi \times \nabla \theta_{\Psi} + \nabla \Psi \times \nabla \zeta_{\Psi}, \quad (67)$$

$$\mathbf{V} = I \nabla_a \theta_F + F \nabla_a \zeta_F. \quad (68)$$

Каждое слагаемое здесь (в отличие от (51) (52)) в отдельности удовлетворяет свойствам поля (3), (4), причем для произвольных распределений потоков и токов по магнитным поверхностям. Отметим, что функции η , Φ из (45), (47) могут быть найдены согласно (50), если положить $x_{\eta}^i = x_{\Psi}^i$, $x_{\Phi}^i = x_F^i$. В координатах x_{Ψ}^i , x_F^i выпрямлены соответственно силовые линии векторов \mathbf{B} , $\mathbf{B} \times \nabla a$, то есть имеют место равенства (53). Кроме того, любая другая система координат с выпрямленными силовыми линиями векторов \mathbf{B} , $\mathbf{B} \times \nabla a$, $\nabla \times \mathbf{B}$, в частности система координат Хамады [3], получается из x_{Ψ}^i , x_F^i простейшими, почти алгебраическими операциями [17]. В отличие от x_{Ψ}^i , x_F^i , она уже будет определяться зависимостями Φ , Ψ , F , от a .

В силу произвольности потоков и токов в каждом из представлений (67), (68) между интегральными и векторными характеристиками поля имеет место линейная связь [17]:

$$\begin{aligned} I &= -\alpha_{22}\Psi' + \alpha_{23}\Phi', \\ F &= -\alpha_{32}\Psi' + \alpha_{33}\Phi', \end{aligned} \quad (69)$$

$$\begin{aligned} \alpha_{22}\nabla a\theta_F + \alpha_{32}\nabla a\zeta_F &= -\nabla a \times \nabla a\zeta_{\Psi}, \\ \alpha_{23}\nabla a\theta_F + \alpha_{33}\nabla a\zeta_F &= \nabla a \times \nabla a\theta_{\Psi}, \end{aligned} \quad (70)$$

где $\alpha_{ik} = \alpha_{ik}(a)$ (токи, отвечающие единичным производным потоков $\Psi' = 1, 0$; $\Phi' = 0, 1$) зависят исключительно от формы магнитных поверхностей и распределения по a их внутреннего объема $V(a)$:

$$\begin{aligned} \alpha_{ik} &= (I_{iF} \cdot I_{k\Psi}) / \sqrt{g_{\Psi}}, \quad \alpha_{23} = \alpha_{32}, \\ \det \alpha_{ik} &= g^{11} \sqrt{g_F} / \sqrt{g_{\Psi}}. \end{aligned} \quad (71)$$

Соотношения (69)–(71) отражают основные свойства ко- и натурального представления поля. Равенства типа (69) справедливы и для любого вектора \mathbf{A} , касательного к магнитной поверхности ($\mathbf{A} \cdot \nabla a = 0$), а именно:

$$A_{i,\Psi,F} = \sqrt{g_{\Psi}} \alpha_{ik} A^{k,F,\Psi}, \quad i = 2, 3. \quad (72)$$

С помощью уравнений (50) и (65) координатные системы $x_{\Psi,F}^i$ легко находятся через выбранную рабочую систему $x^i = (a, \theta, \zeta)$, так что отыскание коэффициентов α_{ik} сводится к усреднению по θ и ζ компонент метрического тензора.

Соотношения (69)–(71) позволяют перейти от потоковых и токовых представлений (67), (68) к смешанному

$$\mathbf{B} = \frac{\nabla \Psi \times I_{3F} + F(\Psi) I_{3\Psi}}{(I_{3F} \cdot I_{3\Psi})}, \quad (73)$$

где векторы $\mathbf{l}_{3,\Psi,F} = \frac{\partial \mathbf{r}}{\partial \zeta_{\Psi,F}}$ могут быть найдены из

$$\begin{aligned} \mathbf{b}_{\Psi} &= \frac{\mathbf{l}_{3\Psi}}{(\mathbf{l}_{3F} \cdot \mathbf{l}_{3\Psi})} = \nabla_a \zeta_F + \frac{\alpha_{23}}{\alpha_{33}} \nabla_a \theta_F, \\ \mathbf{b}_F &= \frac{\mathbf{l}_{3F}}{(\mathbf{l}_{3F} \cdot \mathbf{l}_{3\Psi})} = \nabla_a \zeta_{\Psi} + \frac{\alpha_{23}}{\alpha_{32}} \nabla_a \theta_{\Psi}. \end{aligned} \quad (74)$$

В (73), как и в (67), (68), каждое слагаемое в отдельности обладает свойствами (3), (4) и является аналогом полоидальной и тороидальной компонент поля в токамаке. Подстановка (73) в (5) приводит к уравнению

$$\left(\mathbf{b}_F + \frac{\mathbf{b}_{\Psi} \times \nabla \Psi}{(\nabla \Psi \cdot \nabla \Psi)} F \right) \cdot \mathbf{j} = \frac{dp}{d\Psi}, \quad (75)$$

которое и является трехмерным обобщением уравнения равновесия Грэда — Шафранова (30), справедливого для симметричных конфигураций. Оно допускает запись [8], подобную (30),

$$\begin{aligned} \nabla \cdot [\mathbf{b}_F^2 \nabla \Psi] - (\mathbf{b}_F \times \nabla \times \mathbf{b}_F) \cdot \nabla \Psi &= -\frac{dp}{d\Psi} - \frac{1}{2} \mathbf{b}_{\Psi}^2 \frac{dF^2}{d\Psi} + \\ + F (\mathbf{b}_F \cdot \nabla \times \mathbf{b}_{\Psi}) - (\mathbf{b}_F \times \mathbf{b}_{\Psi}) \cdot \nabla \Psi \frac{dF}{d\Psi} - F \frac{\mathbf{b}_{\Psi} \times \nabla \Psi}{|\nabla \Psi|^2} \cdot \nabla \times \\ \times (\mathbf{b}_F \times \nabla \Psi) + F^2 \frac{\mathbf{b}_{\Psi} \times \nabla \Psi}{|\nabla \Psi|^2} \cdot \nabla \times \mathbf{b}_{\Psi}. \end{aligned} \quad (76)$$

При наличии симметрии, когда зависимость от третьей переменной выпадает, векторы $\mathbf{l}_{3\Psi} = \mathbf{l}_{3F} = \mathbf{l}_3$ становятся известными, представление поля (73) переходит в (29), а уравнение (76) в уравнение Грэда — Шафранова (30). Принципиальное отличие редуцированной системы магнитостатики (65), (73) — (76) от двумерного случая (29), (30) состоит в том, что поле опорных векторов \mathbf{b}_{Ψ} , \mathbf{b}_F не может быть задано заранее. Оно должно быть согласовано с магнитными поверхностями $\Psi(\mathbf{r}) = \text{const}$ через (65), (74).

Смешанное представление (73) весьма удобно тем, что полоидальный поток Ψ и ток F , как и векторы \mathbf{b}_{Ψ} , \mathbf{b}_F , для своего определения, вообще говоря, не требуют вложенности магнитных поверхностей в сечениях $\zeta = \text{const}$, а требуют только «топологической однородности» этих сечений в тороидальном направлении. Поэтому есть основания надеяться, что данная формулировка, наиболее близкая к двумерной, позволит продвинуться в решении задачи по отысканию трехмерных равновесных состояний плазмы.

3. МЕТОДЫ РЕШЕНИЯ ДВУМЕРНОЙ ЗАДАЧИ МГД-РАВНОВЕСИЯ

3.1. Конечно-разностные методы на фиксированных (эйлеровых) сетках

Традиционные и наиболее универсальные численные методы отыскания МГД-равновесия в симметричных плазменных конфигурациях состоят в решении алгебраической системы, представляющей собой конечно-разностную аппроксимацию двумерного эллиптического уравнения (42) на фиксированной сетке в области изменения переменных Ω_{uv} . Эти методы имеют хорошую теоретическую основу [21]—[23], в частности гарантируют сходимость решения разностной задачи к решению дифференциальной в соответствующих нормах при измельчении сетки. Запишем в символическом операторном виде дискретный аналог задачи равновесия (30), (42)

$$L_h \Psi_h = -f_h(x, \Psi_h), \quad x = (u_{ij}, v_{ij}) \in \omega_h, \quad \Psi_h = \Psi_0, \quad x \in \gamma_h. \quad (77)$$

Здесь L_h, Ψ_h, f_h — аппроксимации L, Ψ, f из (42) на покрывающей область Ω_{uv} сетке ω_h ; ω_h, γ_h внутренние и граничные узлы соответственно. Сетку ω_h можно выбрать как прямоугольной, так и нерегулярной криволинейной в общем случае. Система уравнений (77), матрица L_h которой симметрична и разрежена, эффективно решается с помощью специальных методов [24]—[26] и какого-либо итерационного процесса по нелинейности в правой части. Отметим, что лучшими схемами в (77) являются вариационные схемы [21], [22], [27], в частности полученные на основе метода конечных элементов [23].

Применение данного подхода к расчету конкретных задач МГД равновесия, в том числе и со свободной границей плазма—вакуум, достаточно подробно обсуждается в работах [28]—[30]. Однако, несмотря на указанные достоинства, методы на фиксированных эйлеровых сетках не оптимальны с точки зрения стыковки задачи равновесия с задачами эволюции и устойчивости, поскольку требуют трудоемкой процедуры построения изолиний решения $\Psi(u, v) = \text{const}$ — магнитных поверхностей. Форму последних при изучении устойчивости равновесного состояния или его эволюции необходимо определять с высокой точностью, поэтому в задаче (77) приходится использовать весьма подробные сетки. Кроме того, использование эйлеровых методов затруднено для задач равновесия, в которых правая часть определяется заданием фактора запаса устойчивости или условием адиабатичности. Уравнение равновесия (42) в этих случаях за счет правой части становится интегро-дифференциальным [18].

3.2. Конечно-разностные методы на адаптирующихся к решению (лангражевых) сетках

Учесть специфику задач теории МГД-равновесия позволяют методы, в которых сетка ω_h в процессе решения (77) подстраивается к его изолиниям. Обсудим применяемые на практике такие методы.

3.2.1. Интерполяционные методы построения сеток

Новая $n+1$ -ая сетка ω_h^{n+1} здесь выбирается из условия:

$$P\Psi_h^n(x_{ij}^{n+1}) = \Psi_i^n = \Psi^n(a_i), \quad (78)$$

где $P\Psi_h^n(x)$ интерполирует на Ω_{uv} решения сеточной задачи (77) Ψ_h^n на предыдущей сетке ω_h^n .

Естественно, что для перестройки сетки $\omega_h^n \rightarrow \omega_h^{n+1}$ необходимо задаться конкретным условием на выбор потоковых переменных (a_i, θ_j) . Такие методы развиваются в работах [31]—[34], где схемы (77) построены на основе конечных элементов, зависимость $\Psi(a)$ выбрана явной, а вспомогательные координатные линии $\theta = \theta_j$ — прямые, выходящие из оси (63). В [32] решена задача равновесия в компактном тороиде, где имеются два семейства замкнутых и разомкнутых магнитных поверхностей, разделенных сепаратрисой. Это показывает широкие возможности обсуждаемого подхода. Подобный алгоритм предложен и в работе [35] с выбором координатных линий $a = a_i$, $\theta = \theta_j$ из условия, аналогичного (61):

$$\sqrt{g} = R \frac{D(R, Z)}{D(a, \theta)} = \text{const } R^m a^n. \quad (79)$$

Приведенная там схема (77) построена непосредственно на сетке в переменных (a, θ) . Она не сводится к классическим вариационно-разностным схемам на нерегулярных в плоскости (R, Z) сетках ω_h , поэтому исследование ее аппроксимационных свойств затруднено.

Итак, хотя отмеченная группа методов позволяет получать магнитные поверхности в явной форме по своей трудоемкости они значительно превосходят эйлеровы методы, так как состоят в решении эллиптической задачи на последовательности сеток. Выигрыш здесь может быть достигнут только за счет уменьшения числа узлов в лагранжевой сетке.

3.2.2. Метод обращения переменных

Этот метод [36], [37], как и предыдущая группа методов, дает магнитные поверхности в явной форме. По существу его отличие состоит в том, что благодаря специальной итерационной процедуре сеточная задача (77) решается непосредственно

для координат узлов адаптированной к изолиниям $\Psi = \text{const}$ сетке $\omega_h : \Psi_h \equiv \Psi_i$.

Алгоритм не требует решения разностной эллиптической задачи на последовательности сеток, за счет чего получается значительный выигрыш в скорости и точности расчета равновесия. Естественным ограничением метода является условие вложенности магнитных поверхностей. Отметим, что решение системы (77), (78) относительно сетки ω_h можно находить, в принципе, и с помощью других итерационных методов, например, типа Ньютона [25], [38].

Еще один метод, близкий к изложенным, недавно представлен в [39]. Он основан на выборе потоковых переменных (79) и решении следующей отсюда и из (64) нелинейной системы уравнений относительно коэффициентов разложения (R, Z) в конечный ряд Фурье по θ .

3.3. Вариационные моментные методы

Рассматриваемая здесь группа методов восходит к прямым вариационным методам Ритца, Бубнова—Галеркина [15], [22], Канторовича [40]. Объектом их применения является вариационная формулировка уравнения равновесия в потоковых переменных (30), (64), где в качестве неизвестных выступают радиус-вектор $\mathbf{r}(a, \theta, \zeta)$ и функция $\Psi(a)$. Первые заметные попытки использовать вариационную формулировку задачи равновесия непосредственно для расчетов были предприняты Бейтманом [41] и Поттером [20]. Сейчас вариационный подход практически реализован и представлен в работах многих авторов [19], [42]—[49]. Изложим на формальном математическом уровне суть этих методов применительно к двумерным задачам МГД-равновесия.

Пусть $x^i = (x^1, x^2, x^3)$ произвольная опорная система координат. Найдем вариацию функционала (32) при условиях, что поле задается выражением (29), зависимости $p(\Psi)$, $F(\Psi)$ и значение $\Psi = \Psi_0$ на границе плазмы фиксированы, а варьируется не только функция потока $\Psi = \Psi(x^i, t)$, но и независимые переменные — эйлеровы координаты точки — $\mathbf{r} = \mathbf{r}(x^i, t)$. Тогда (как и в 2.2)

$$\delta W_p = \int_{\Omega_p} [(\nabla p - \mathbf{j} \times \mathbf{B}) \cdot \delta \mathbf{r} - A(\Psi, F, p, \mathbf{r}) \delta \Psi] d^3 \mathbf{r} - \int_{\Gamma_p} \left[\left(p + \frac{\mathbf{B}^2}{2} \right) \delta \mathbf{r} - (\mathbf{B} \cdot \delta \mathbf{r}) \mathbf{B} - \frac{1}{g_{33}} \times (\mathbf{B} - F \mathbf{l}^3) \delta \Psi \right] \cdot \mathbf{n} d^2 \mathbf{r}. \quad (80)$$

Аналогично может быть проварьирована вакуумная добавка к функционалу (32) с учетом идеально проводящей стенки или системы внешних удерживающих витков с током. Требование $\delta W_p = 0$ при независимых вариациях $\delta \mathbf{r}$ и $\delta \Psi$ с главными гра-

ническими условиями: $(\mathbf{B} \cdot \mathbf{n}) = 0$, $\delta\Psi = 0$, $\mathbf{r} \in \Gamma_p$, приводит к уравнениям Эйлера (1), (2), (16), (17) — условиям МГД-равновесия. Уравнения Эйлера (1) и (30) здесь, естественно, зависимы в соответствии с теорией вариационного исчисления для инвариантных функционалов [50]. Ограничиваясь случаем совпадения границы плазмы с идеально проводящей стенкой, имеем в (80)

$$\begin{aligned} \delta W_p &= - \int_{\Omega_p} A(\Psi, F, p, \mathbf{r}) \delta_E \Psi d^3\mathbf{r}, \\ (\delta\mathbf{r} \cdot \mathbf{n}) &= 0, \quad \mathbf{r} \in \Gamma_p, \\ \delta_E \Psi &= \delta\Psi - (\delta\mathbf{r} \cdot \nabla\Psi) = \delta\Psi - \left(\frac{\partial\mathbf{r}}{\partial u} \cdot \nabla\Psi \right) \delta u - \left(\frac{\partial\mathbf{r}}{\partial v} \cdot \nabla\Psi \right) \delta v. \end{aligned} \quad (81)$$

И, наконец, выбирая в качестве $x^i = (a, \theta, \zeta)$ потоковую систему координат, приходим к

$$\begin{aligned} \delta W_p &= - \int_0^{a_{\max}} \int_0^{2\pi} A(\Psi, F, p, \mathbf{r}) \left[\delta\Psi - \Psi' \left(\frac{dv}{d\theta} \delta u - \frac{du}{d\theta} \delta v \right) \times \right. \\ &\times \left. \frac{D(a, \theta)}{D(u, v)} \right] \sqrt{g} da d\theta, \\ \frac{\partial v}{\partial \theta} \delta u - \frac{\partial u}{\partial \theta} \delta v &= 0, \quad \mathbf{r}(u, v, \zeta) \in \Gamma_p, \end{aligned} \quad (82)$$

где

$$\begin{aligned} \Psi &= \Psi(a), \quad \Psi' = \frac{d\Psi}{da}, \quad u = u(a, \theta), \quad v = v(a, \theta), \quad s = \zeta, \\ \frac{D(u, v)}{D(a, \theta)} &= \frac{\sqrt{g}}{\sqrt{g^*}}, \end{aligned} \quad (83)$$

а для $A(\Psi, F, p, \mathbf{r})$ в потоковых переменных имеет место выражение (64).

Вариационная связь (82) служит конструктивной основой методов расчета равновесия. Отсюда, конкретизируя выбор координатных линий $a = \text{const}$, $\theta = \text{const}$ и ограничивая разумным образом множество допустимых вариаций δu , δv , можно получить удобный для применения численных методов вид уравнений Эйлера.

В настоящее время широко распространены вариационные методы основанные на минимизации функционалов (7), (32) в пространстве функций $u(a, \theta)$, $v(a, \theta)$ с конечным набором базисных элементов специального вида [42]—[46]. Применение этих методов предполагает, что магнитные поверхности вложенные с простой гладкой формой, которая может быть хорошо приближена [42] известными от (a, θ) зависимостями

$$\begin{aligned} u &= u(a, \theta, \alpha_k(a)), \\ v &= v(a, \theta, \alpha_k(a)), \quad 1 \leq k \leq N_\alpha, \end{aligned} \quad (84)$$

с привлечением небольшого количества зависящих только от a параметров $\alpha_k(a)$. Представление (84) формально обобщает усеченные ряды Фурье:

$$\begin{aligned} u(a, \theta) &= \sum_{m=0}^{N_u} u_m^1(a) \cos m\theta + u_m^2(a) \sin m\theta, \\ v(a, \theta) &= \sum_{m=0}^{N_v} v_m^1(a) \sin m\theta + v_m^2(a) \cos m\theta, \end{aligned} \quad (85)$$

где роль $\alpha_k(a)$ играют амплитуды u_m^1, v_m^1 . Параметрам $\alpha_k(a)$ можно придать геометрический смысл. Например, в 6-параметрическом представлении:

$$\begin{aligned} u &= u_0(a) + a [\cos \theta - \delta(a) \sin^2 \theta - \tilde{\delta}(a) \sin^3 \theta], \\ v &= v_0(a) + a [\varepsilon(a) \sin \theta + \tilde{\varepsilon}(a) \sin^2 \theta], \\ \delta &= 0,5(\delta_1 + \delta_2), \quad \tilde{\delta} = 0,5(\delta_1 - \delta_2), \\ \varepsilon &= 0,5(\varepsilon_1 + \varepsilon_2), \quad \tilde{\varepsilon} = 0,5(\varepsilon_1 - \varepsilon_2), \\ \sin^2 \theta &= 0,5(1 - \cos 2\theta), \quad \sin^3 \theta = 0,25(3 \sin \theta - \sin 3\theta), \end{aligned} \quad (86)$$

$u_0, v_0, \varepsilon_1, \varepsilon_2, \delta_1, \delta_2$ — смещения, вытянутости и треугольности магнитных поверхностей. При наличии симметрии относительно $v=0$: $u(a, -\theta) = u(a, \theta)$, $v(a, -\theta) = v(a, \theta)$, половина амплитуд в (85), (86) исчезает — $u_m^2 = v_m^2 = 0$.

Применяя метод Канторовича [40] (метод приведения к обыкновенным дифференциальным уравнениям) к функционалу (32) на множестве функций (84) или (85) с учетом его вариации (82) в виде

$$\delta W_p = - \int_0^{a_{\max}} \left[\Phi_0(a) \delta \Psi - \sum_{k=1}^{N_\alpha} \Phi_k(a) \delta \alpha_k \right] da, \quad (87)$$

приходим к системе обыкновенных дифференциальных уравнений Эйлера для параметров $\alpha_k(a)$ и функции потока $\Psi(a)$ [42]:

$$\Phi_k(a) \equiv \int_0^{2\pi} A(\Psi, F, p, r) f_k \sqrt{g} d\theta = 0, \quad 0 \leq k \leq N_\alpha, \quad (88)$$

$$f_0 = 1, \quad f_k = \left(\frac{\partial u}{\partial \alpha_k} \frac{\partial v}{\partial \theta} - \frac{\partial v}{\partial \alpha_k} \frac{\partial u}{\partial \theta} \right) \left(\frac{D(u, v)}{D(a, \theta)} \right)^{-1}.$$

Уравнения (88) вместе с (84) или (85) образуют сложную нелинейную систему ОДУ второго порядка. Разложение в ряд Фурье функций $u(a, \theta)$, $v(a, \theta)$ на заданной границе плазмы $a = a_{\max}$ и требование их регулярности (ограниченности и однозначности) на магнитной оси $a=0$ поставляют краевые условия для данной системы. Отметим два обстоятельства, касающиеся выбора потоковых переменных. Во-первых, уравнение (88) при

$k^{\pm}=0$ ни что иное, как усредненное уравнение равновесия (57). Оно служит для определения функции $\Psi(a)$, если представление магнитных поверхностей (84), (85) содержит явную (не через параметры $\alpha_k(a)$) зависимость от a . Так, например, в (86) фиксирована первая амплитуда $u_1^1(a) \equiv a$, тем самым, радиальная переменная a задана. В противном случае, это уравнение из системы (88) выпадает, являясь комбинацией остальных

$$\Phi_0(a) = \sum_{k=1}^{N_\alpha} \Phi_k(a) \frac{d\alpha_k}{da}. \quad (89)$$

Вместо него в систему необходимо добавить уравнение — условие выбора a например, одно из (59). Во-вторых, решение системы (88) не требует дополнительных условий на выбор переменной θ . Требование доставить минимум функционалу (32) на множестве функций с конечным числом параметров (84), (85) само дает «оптимальный» угол θ [46]. В этом смысле здесь есть существенное отличие от случая полных рядов Фурье, где без ограничения на $\theta(\mathbf{r})$ не обойтись. При $N_u, N_v \rightarrow \infty$ видимо следует ожидать ухудшения алгебраических свойств системы (85), (88) в силу стремления ее к вырожденной, из которой коэффициенты Фурье определяются уже неоднозначно.

Решение приведенной нелинейной системы уравнений можно находить с помощью методов типа простой итерации [42], Ньютона [43], [44] или методов спуска [45], [46]. При построении дискретного аналога (88) целесообразно воспользоваться вариационной схемой по a и эффективными квадратурными формулами для интегрирования по θ .

К рассмотренным методам тесно примыкает метод электродинамических моментов [1]. В его основе также лежит система уравнений (85), (88), но с другими весовыми функциями f_k . Выбирая их полиномами, удовлетворяющими условию

$$\nabla \cdot \frac{\nabla f_k}{g_{33}} = 0, \quad (90)$$

здесь (для токамака) удалось найти весьма эффективную итерационную процедуру. Уравнения в методе моментов с учетом (90), (42) и записи $\Phi_k(a)$ в форме

$$\Phi_k(a) = \frac{d}{da} \int_{\Omega_p(a)} \left[\nabla \cdot \left(\frac{\nabla \Psi}{g_{33}} \right) + \frac{f(u, v, \Psi)}{\sqrt{g_0}} \right] f_k d^3\mathbf{r}, \quad (91)$$

приводятся к виду

$$\Phi_k(a) = \frac{d}{da} \left[\int_0^{2\pi} \Psi' f_k \frac{G_{11}}{g_{33} \sqrt{g}} d\theta \right] + \int_0^{2\pi} f f_k \frac{\sqrt{g}}{\sqrt{g_0}} d\theta = 0, \quad (92)$$

Следует отметить, что решение, получаемое с помощью метода моментов с выбором f_k (90), равно как и с любыми другими весовыми функциями, отличными от (88), не доставляет

минимум функционалу (32) на множестве (85), и в этом смысле является менее точным.

Представленные здесь методы безусловно очень эффективны (за счет экономичности вычислений), если магнитные поверхности имеют простую структуру и могут быть хорошо аппроксимированы разложениями (84), (85) с небольшим количеством параметров. Для плазмы со сложной геометрией сечения и достаточно деформированной системой внутренних магнитных поверхностей (например, bean-shaped токамак, компактный тор, стелларатор), где выбор разложения (84) не очевиден, предпочтительней, на наш взгляд, применение более точных конечно-разностных методов на адаптирующихся сетках. Кроме того, весьма проблематично использование моментных методов с малым числом гармоник в математически тонкой и поэтому чувствительной к форме магнитных поверхностей задаче устойчивости идеальных мод.

4. АЛГОРИТМЫ РАСЧЕТА ТРЕХМЕРНОГО МГД-РАВНОВЕСИЯ

Большинство из существующих сейчас алгоритмов расчета задачи равновесия в несимметричных плазменных конфигурациях основаны на ее вариационной формулировке с привлечением потоковых переменных. Вариационный подход здесь даже непосредственно подсказывает путь отыскания решения получающейся сложной нелинейной системы уравнений Эйлера. Она достаточно эффективно может быть решена методами спуска [25], [38], суть которых состоит в том, что каждое новое приближение уменьшает значение функционала: $W(x^{n+1}) \leq W(x^n)$. Спуск реализуется либо с помощью методов установления [19], [46], [48], либо градиентных методов [45], [47]. Поскольку спуском можно найти стационарную точку, соответствующую минимуму — $\delta^2 W \geq 0$ — применение его к функционалу (7) дает одновременно устойчивое равновесие [19]. Остановимся на формальном математическом описании вариационного подхода, который эквивалентен рассмотренному в 2.2 принципу виртуальных перемещений.

Итак, зададимся функционалом (7) с полем (51) и давлением (58). Пусть x^i — произвольная опорная система координат. Найдем вариацию функционала (7) при условии, что зависимости $q(\Psi)$, $m(\Psi)$ и значения потоков на границе $\Phi = \Phi_0$, $\Psi = \Psi_0$ фиксированы, а варьируются функции $\Psi = \Psi(x^i, t)$,

$$\theta_n = \theta_n(x^i, t), \quad \zeta_n = \zeta_n(x^i, t)$$

и эйлеровы координаты точки $\mathbf{r} = \mathbf{r}(x^i, t)$.

$$\delta W_p = \int_{\Omega_p} \left\{ (\nabla p - \mathbf{j} \times \mathbf{B}) \cdot \delta \mathbf{r} + \left[\mathbf{j} \cdot (\nabla \zeta_n - q \nabla \theta_n) - \frac{dp}{d\Psi} \right] \delta \Psi - (\mathbf{j} \cdot \nabla \Psi) (\delta \zeta_n - q \delta \theta_n) \right\} d^3 \mathbf{r} +$$

$$\begin{aligned}
& + \int_{\Gamma_p} \left\{ \mathbf{B}(\mathbf{B} \cdot \delta \mathbf{r}) - \left(p + \frac{\mathbf{B}^2}{2} \right) \delta \mathbf{r} - \mathbf{B} \times (\nabla \zeta_\eta - q \nabla \theta_\eta) \delta \Psi + \right. \\
& \left. + (\mathbf{B} \times \nabla \Psi) (\delta \zeta_\eta - q \delta \theta_\eta) \right\} \cdot \mathbf{n} d^2 \mathbf{r} - \left[\frac{\gamma}{\gamma - 1} m \left(-\frac{d\Psi}{dV} \right)^{\gamma - 1} \delta \Psi \right]_{\Gamma \in \Gamma_p}. \quad (93)
\end{aligned}$$

Поверхностный член в (93) за счет главных граничных условий: $(\mathbf{B} \cdot \mathbf{n}) = 0$, $\delta \Psi = 0$, $\Gamma \in \Gamma_p$ пропадает. В случае свободной границы плазма—вакуум он даст условие баланса полных давлений (17). Таким образом, для плазмы с закрепленной границей имеем:

$$\begin{aligned}
\delta W_p &= - \int_{\Omega_p} [G_1 \delta_E \Psi + G_2 (\delta_E \zeta_\eta - q \delta_E \theta_\eta)] d^3 \mathbf{r}, \quad \delta_E = \delta - (\delta \mathbf{r} \cdot \nabla), \\
G_1 &= \frac{dp}{d\Psi} - [\mathbf{j} \cdot (\nabla \zeta_\eta - q \nabla \theta_\eta)], \quad G_2 = (\mathbf{j} \cdot \nabla \Psi), \\
-\mathbf{F} &= \nabla p - \mathbf{j} \times \mathbf{B} = G_1 \nabla \Psi + G_2 (\nabla \zeta_\eta - q \nabla \theta_\eta).
\end{aligned} \quad (94)$$

Следующие отсюда уравнения Эйлера $G_1 = 0$, $G_2 = 0$ вместе с представлением магнитного поля (51) эквивалентны уравнениям магнитостатики (1)—(3). Подчеркнем, что сохранение уравнений Эйлера при независимом варьировании как неизвестных функций Ψ , θ_η , ζ_η так и эйлеровых переменных \mathbf{r} имеет место в силу инвариантности функционала (7) относительно систем координат.

Выбирая теперь (при условии вложенности магнитных поверхностей) в качестве $x^i = (a, \theta, \zeta)$ потоковые переменные, а в качестве искомой лабораторной системы координат, например цилиндрическую $y^i = (R, \varphi, Z)$ приходим к

$$\begin{aligned}
\delta W_p &= - \int_0^{a_{\max}} \int_0^{2\pi} \int_0^{2\pi} [F_i \delta y^i + G_1 \delta \Psi + G_2 (\delta \zeta_\eta - q \delta \theta_\eta)] V \bar{g} da d\theta d\zeta, \quad (95) \\
\delta \mathbf{r} &= \frac{\partial \mathbf{r}}{\partial y^i} \delta y^i, \quad \frac{\partial \mathbf{r}}{\partial y^i} = \frac{\partial \mathbf{r}}{\partial x^k} \frac{\partial x^k}{\partial y^i}, \quad F_i = \left(\mathbf{F} \cdot \frac{\partial \mathbf{r}}{\partial y^i} \right).
\end{aligned}$$

Вариационные методы расчета трехмерного МГД-равновесия основаны на выражении для вариации (95), дополненным условиями выбора координатных поверхностей $a, \theta, \zeta = \text{const}$. Традиционный выбор ζ для замкнутых тороидальных конфигураций [19], [43]—[47]:

$$\zeta = \varphi = \zeta_n, \quad \delta \zeta_n = \delta \varphi = 0. \quad (96)$$

Тогда

$$\theta_\eta = \theta + \lambda(a, \theta, \zeta), \quad \delta \theta_\eta = \delta \lambda, \quad (97)$$

где λ определяется однозначно из уравнения (60) и условия $\lambda(a, 0, 0) = 0$.

4.1. Вариационные конечно-разностные методы в потоковых переменных

Первый трехмерный код, основанный на вариационной формулировке задачи равновесия в потоковых координатах, подробно описан авторами в книге [19]. Переменная θ здесь выбирается из условия (63), так что

$$\begin{aligned} \delta y^i &= (1 - \rho) \delta y_m^i + (y_0^i - y_m^i) \delta \rho, \quad i = 1, 3, \\ \delta y_m^i &= \delta y_m^i(\zeta), \quad \delta \rho = \delta \rho(a, \theta, \zeta). \end{aligned} \quad (98)$$

В результате имеем систему уравнений Эйлера

$$\begin{aligned} F_1(y_0^1 - y_m^1) + F_3(y_0^3 - y_m^3) &= 0, \quad G_2 = 0, \\ \int_0^{a_{\max}} \int_0^{2\pi} F_i(1 - \rho) \sqrt{g} \, da d\theta &= 0, \quad i = 1, 3, \end{aligned} \quad (99)$$

$$\int_0^{2\pi} \int_0^{2\pi} G_1 \sqrt{g} \, d\theta d\zeta = 0, \quad (100)$$

с краевыми условиями

$$y^i = y_0^i(\theta, \zeta), \quad r \in \Gamma_p. \quad (101)$$

В коде [47] $\theta(r)$ выбирается из условия (60) выпрямленности силовых линий магнитного поля: $\theta = \theta_n$. Тогда $\delta \theta_n = \delta \lambda = 0$ и, в результате, согласно (96), (97) имеем уравнение Эйлера (100) и

$$F_i = 0, \quad i = 1, 3 \quad (102)$$

Граница плазмы Γ_p может быть задана неявно:

$$y^i(a_{\max}, \theta_n, \zeta) = y_0^i(\theta_s(\theta_n, \zeta), \zeta), \quad i = 1, 3, \quad (103)$$

с помощью неизвестной двумерной функции $\theta_s(\theta_n, \zeta)$, введенной равенством (62). Отсюда, учитывая вклад границы в первую вариацию (95), пропорциональный $\delta^0 W_p$ где,

$$\delta^0 W_p = \int_0^{2\pi} \int_0^{2\pi} F_i \frac{\partial y_0^i}{\partial \theta_s} \delta \theta_s \sqrt{g} \, d\theta d\zeta$$

получим [44] краевое условие для (102):

$$F_i \frac{\partial y_0^i}{\partial \theta_s} = q G_2 \left(\frac{\partial \theta_s}{\partial \theta} \right)^{-1} = 0. \quad (104)$$

Если задаться выбором (62): $\theta = \theta_s$, то $\delta \theta_n = \delta \lambda(\theta, \zeta)$. В этом случае (100), (102) вместо (104) дополняется уравнением

$$\int_0^{a_{\max}} q G_2 \sqrt{g} \, da = 0. \quad (105)$$

Но уже возможно явное задание $\theta(r)$ на границе.

При построении конечно-разностного аналога уравнений Эйлера (99)—(105) правильной исходить из аппроксимации функционала (7) на сетке (a_i, θ_j, ζ_k) (или даже на исходной криволинейной нерегулярной сетке $\omega_h - \Gamma : jk = \Gamma(a_i, \theta_j, \zeta_k)$) с последующей его минимизацией относительно функций $\Psi_i, (\theta_n, \zeta_n, \Gamma)_{ijk}$. Такой подход приводит к дискретному аналогу выражения для первой вариации (95). При вычислении сил F_i, G_i естественно воспользоваться их представлением в потоковой системе координат через $\Phi, \Psi, \lambda, g_{ik}$.

Выражение (94) для первой вариации функционала можно использовать и в методах на фиксированных эйлеровых сетках — $\delta\Gamma = 0$. Подобный конечно-разностный эйлеров код представлен в [48]. По эффективности он уступает алгоритмам в потоковых переменных, поскольку требует подробных сеток. Однако его применение не ограничено условием вложенности магнитных поверхностей. Среди эйлеровых методов отметим еще недавно предложенный в [51] невариационный метод, основанный на непосредственном решении системы магнитостатики итерациями.

4.2. Моментные методы, основанные на разложении в кратный ряд Фурье

Выбирая ζ из условия (96) можно, как и в двумерных задачах равновесия, искать минимум (7) на множестве конечных рядов Фурье [43]—[46]: $x = (R, Z, \lambda)$,

$$x(a, \theta, \zeta) = \sum_{m=0}^M \sum_{n=-N}^N x_{mn}^1(a) \cos(m\theta - n\zeta) + x_{mn}^2(a) \sin(m\theta - n\zeta). \quad (106)$$

В случае зеркальной симметрии $R(a, -\theta, -\zeta) = R(a, \theta, \zeta)$, $Z(a, -\theta, -\zeta) = -Z(a, \theta, \zeta)$ имеем $R_{mn}^2 = Z_{mn}^1 = \lambda_{mn}^1 = 0$. Если поверхности $\theta(\mathbf{r}) = \text{const}$ задать соотношением (63), то вместо (R, Z) в (106) нужно взять разложение $\rho(a, \theta, \zeta)$ и $R^m(\zeta), Z^m(\zeta)$. При выборе $\theta(\mathbf{r})$ из условий ВСЛ (60) или (62) коэффициенты Фурье λ_{mn}^1 в силу двумерности функции $\lambda = \theta_{\eta} - \theta_s$ не зависят от a . Обращаясь к (95), как и в случае симметричных конфигураций, имеем нелинейную систему ОДУ второго порядка для амплитуд

$$\int_0^{2\pi} \int_0^{2\pi} F_l \sigma_{mn}^l \sqrt{g} d\theta d\zeta = 0, \quad i=1, 3, \quad l=1, 2, \quad (107)$$

$$\sigma_{mn}^1 = \cos(m\theta - n\zeta), \quad \sigma_{mn}^2 = \sin(m\theta - n\zeta),$$

$$\int_0^{2\pi} \int_0^{2\pi} G_2 \sigma_{mn}^l \sqrt{g} d\theta d\zeta = 0. \quad (108)$$

Она дополняется уравнением (100), отвечающим усредненному уравнению МГД-равновесия. Как отмечалось выше (раздел 3.3), это уравнение необходимо, если в представлении формы магнитных поверхностей содержится явная зависимость от a например $R_{10}^1(a) \equiv a$. Иначе, оно является комбинацией остальных уравнений Эйлера и должно быть заменено условием выбора радиальной потоковой переменной a . Что касается условия на угловую переменную θ , то (как и в двумерных задачах) требование минимума функционала (7) на множестве (106) с конечным набором параметров дает оптимальный угол [46]. В этом состоит существенное отличие от случая полных рядов Фурье, где условие на θ обязательно для однозначного определения амплитуд $x_{mn}^l(a)$. Краевые условия в системе (100), (106)–(108) прежние — заданное разложение (R, Z) на границе плазмы и регулярность решения на магнитной оси.

Отметим здесь также два варианта моментных методов, соответствующих выбору ВСЛ (60) и (62). В первом [44], [45] — $\theta = \theta_n$ — уравнение (108) согласно (104) заменяется на

$$\int_0^{2\pi} \int_0^{2\pi} G_2 \left(1 - \frac{\partial \lambda}{\partial \theta}\right)^{-1} \sigma_{mn}^l \sqrt{g} d\theta d\zeta = 0, \quad a = a_{\max}. \quad (109)$$

Во втором — $\theta = \theta_s$ — вместо (108) имеем уравнение Эйлера

$$\int_0^{a_{\max}} \int_0^{2\pi} \int_0^{2\pi} q G_2 \sigma_{mn}^l \sqrt{g} da d\theta d\zeta = 0, \quad (110)$$

аналогичное (105). Очевидно, что эти методы (с однозначным выбором θ) близки и, в принципе, дают один результат, однако последний более адаптирован к краевым условиям.

Численная реализация рассмотренных в данном разделе вариационных методов достаточно подробно обсуждается в цитируемых работах. Краткие их характеристики приведены также в обзорной части [45]. Эти коды, естественно, могут быть применены к расчету равновесия в симметричных системах. Заметим, что применение моментных методов к существенно трехмерным конфигурациям плазмы, как, например, предложенная в [52], может быть сопряжено с рядом трудностей. Для плазмы с достаточно сложной формой остро встанет вопрос о выборе базисных функций и их количества, необходимых для удовлетворительного описания геометрии равновесных магнитных поверхностей. Полные конечно-разностные коды пока еще, на наш взгляд, нуждаются в доработке (в плане экономичности и точности вычислений), чтобы с их помощью стало возможным проведение широкого круга расчетов.

4.3. Двумерные приближения трехмерного уравнения равновесия

В последние годы интенсивно проводятся расчеты равновесия плазмы стеллараторов с помощью алгоритмов, основанных на двумерных приближенных уравнениях [53]—[56]. Как показано в [57] и других работах тех же авторов, полученные результаты в области приемлемых значений β неплохо согласуются с расчетами, проведенными с помощью полных трехмерных кодов [48], [49]. Эти усредненные двумерные уравнения в рамках стеллараторного приближения совпадают [56]. Они формально могут быть получены из точного трехмерного уравнения (76) и трактоваться как его первые двумерные моменты. Отметим кратко суть возможного здесь подхода [17].

Пусть известно некоторое фоновое равновесие, например, стеллараторное приближение вакуумной трехмерной конфигурации. Тогда его магнитные поверхности определяют натуральную систему координат $x^{i0} = (a^0, \theta_{\Psi}^0, \zeta_{\Psi}^0)$. Зададимся далее некоторой системой x^i , связанной с x^{i0} двумерным переходом

$$\begin{aligned} x^i &= x^i(a^0, \theta_{\Psi}^0), \quad i = 1, 2, \\ x^3 &= \zeta = \zeta_{\Psi}^0 - \eta(a^0, \theta_{\Psi}^0). \end{aligned} \quad (111)$$

Система координат (111) не обязательно потоковая. В качестве x^i удобно выбрать переменные, описывающие магнитные поверхности в «среднем», например, в стеллараторе:

$$\begin{aligned} x^1(a^0, \theta_{\Psi}^0) &= \langle R(a^0, \theta_{\Psi}^0, \zeta_{\Psi}^0) \rangle, \\ x^3(a^0, \theta_{\Psi}^0) &= \langle Z(a^0, \theta_{\Psi}^0, \zeta_{\Psi}^0) \rangle, \\ x^2(a^0, \theta_{\Psi}^0, \zeta_{\Psi}^0) &= \zeta_{\Psi}^0 - \langle \zeta_{\Psi}^0 - \Phi(a^0, \theta_{\Psi}^0, \zeta_{\Psi}^0) \rangle, \\ \langle f \rangle &= \frac{1}{2\pi} \int_0^{2\pi} (f) d\tau_{\Psi}^0. \end{aligned} \quad (112)$$

Подчеркнем, что трехмерное преобразование

$$\mathbf{r} = \mathbf{r}(x^1, x^2, x^3) \quad (113)$$

задано, поскольку магнитные поверхности $a^0(\mathbf{r}) = \text{const}$ фоновой равновесной конфигурации известны.

С координатной системой x^i можно связать формальный двумерный метрический тензор \bar{g}_{ik} :

$$\begin{aligned} \bar{g}_{ik} &= \sqrt{\bar{g}} \left\langle \frac{g_{ik}}{\sqrt{g}} \right\rangle, \\ \bar{g} &= \det \bar{g}_{ik} = \det^{-2} \left[\left\langle \frac{g_{ik}}{\sqrt{g}} \right\rangle \right], \\ \bar{g}^{ik} &= \frac{\bar{G}_{ik}}{\bar{g}}, \end{aligned} \quad (114)$$

Тогда усредняя уравнение (76) по ζ с весом \sqrt{g} приходим к двумерному эллиптическому уравнению [17]:

$$\begin{aligned} & \frac{1}{\sqrt{g}} \sum_{i,k=1}^2 \frac{\partial}{\partial x^i} \left(\frac{\bar{G}_{ik}}{\bar{g}_{33}} \sqrt{g} \frac{\partial \Psi}{\partial x^k} \right) = \\ & = \frac{1}{\sqrt{g}} \left[\frac{\partial}{\partial x^1} \left(\frac{\bar{g}_{23}}{\bar{g}_{33}} \right) - \frac{\partial}{\partial x^2} \left(\frac{\bar{g}_{13}}{\bar{g}_{33}} \right) \right] F - \frac{1}{2\bar{g}_{33}} \frac{dF^2}{d\Psi} - \\ & - (1+\nu) \frac{dp}{d\Psi}, \quad 1+\nu = \left\langle \frac{\sqrt{g}}{\sqrt{g}} \right\rangle. \end{aligned} \quad (115)$$

Уравнение (115) непосредственно переходит в уравнение равновесия для симметричных конфигураций (31), если x^i выбрана с учетом симметрии. Функция потока $\Psi^0(x_1, x_2)$ удовлетворяет ему точно при параметрах фонового равновесия p^0, F^0 . В то же время, данное уравнение в области параметров, близких к точным, можно рассматривать и как приближенное. Не оговаривая условий приближения будем считать, что магнитные поверхности $\Psi(x_1, x_2) = \text{const}$ при отклонении параметров равновесия от фоновых деформируются только в «плоскости» (x^1, x^2) , а их зависимость от третьей переменной x^3 сохраняется. Тогда после решения уравнения (115) магнитные поверхности $\Psi(x^1, x^2) = \text{const}$ можно найти в исходном трехмерном пространстве, пользуясь заданным преобразованием переменных (113).

Решение двумерного усредненного уравнения (115) можно использовать в качестве начального приближения для применения более точных методов, или рассчитывать с его помощью равновесие в некоторой окрестности параметров найденного фонового равновесного состояния плазмы.

5. О МЕТОДАХ РАСЧЕТА УСТОЙЧИВОСТИ

В настоящем разделе дадим обзор современного состояния методов расчета идеальной МГД-устойчивости равновесных плазменных конфигураций. Проверка устойчивости конкретно равновесия может быть основана на вариационном принципе (19), (20). Однако при наличии неустойчивости важно знать инкремент ее развития и структуру собственного смещения от положения равновесия. Кроме того, представляет интерес полный спектр и структура всех собственных колебаний. В связи с этим энергетический принцип важно связать с динамической формулировкой задачи. Действительно, функционал $\delta^2 W(\xi, \xi)$ (20) является потенциальной энергией малых смещений равновесных конфигураций от положения равновесия. Динамика таких смещений может быть описана линеаризованной системой идеальных МГД-уравнений

$$\rho \frac{\partial^2 \xi}{\partial t^2} = F\xi, \quad r \in \Omega_p, \quad (116)$$

причем имеет место (21).

Энергетический принцип (19) в силу закона сохранения энергии

$$\frac{d}{dt} [\delta^2 W(\xi, \xi) + \mathcal{K}(\xi, \xi)] = 0$$

обеспечивает ограниченность кинетической энергии

$$\mathcal{K} = \frac{1}{2} \int_{\Omega_p} \rho \left(\frac{\partial \xi}{\partial t} \cdot \frac{\partial \xi}{\partial t} \right) d^3 r$$

на решениях (116). Смещения с временной зависимостью $\exp(i\omega t)$ описываются уравнением

$$-\omega^2 \rho \xi = F\xi, \quad r \in \Omega_p,$$

которое вместе с условиями на границе плазма—вакуум (9), (17) определяет спектр колебаний плазменного шнура. Самосопряженность F дает действительность ω^2 и позволяет рассматривать задачу устойчивости в вариационной постановке, как задачу о поиске стационарных точек лагранжиана

$$\begin{aligned} L(\xi, \xi) &= \delta^2 W(\xi, \xi) - \omega^2 K(\xi, \xi), \\ \delta^2 W(\xi, \xi) &= -\frac{1}{2} \int_{\Omega_p} (\xi \cdot F\xi) d^3 r, \quad K(\xi, \xi) = \frac{1}{2} \int_{\Omega_p} \rho (\xi \cdot \xi) d^3 r. \end{aligned} \quad (117)$$

В аксиально-симметричном случае тороидальная переменная φ отделяется и задача устойчивости распадается на последовательность двумерных задач для амплитуд

$$\xi(\mathbf{r}) = \sum_n \xi_n(r, z) e^{in\varphi}, \quad L_n(\xi_n, \xi_n) = \delta^2 W_n(\xi_n, \xi_n) - \omega_n^2 K_n(\xi_n, \xi_n).$$

Энергетический принцип и вариационная формулировка задачи о нахождении МГД-спектра дали начало большинству аналитических и вычислительных работ по идеальной МГД-устойчивости. Необходимое условие устойчивости было получено Мерсье [58]. Это условие устанавливает устойчивость локализованных смещений от положения равновесия. Его анализ был проведен также в работах [59], [60]. Устойчивость относительно более широкого класса смещений, в том числе внешних винтовых мод, аналитически можно исследовать лишь на простых одномерных моделях, рассматривая двумерные эффекты как поправки [61].

Необходимость подробного количественного исследования двумерных равновесных конфигураций (например, осесимметричных, моделирующих токамак) потребовала разработки эффективных методов численного решения задач устойчивости. Наибольшее распространение получили методы построения

разностных схем, использующие вариационную формулировку задачи на собственные значения, и метод конечных элементов (м. к. э.). Этот метод был использован в одномерной программе THALIA [62] для расчета устойчивости цилиндрически-симметричной плазмы. В двумерном случае для получения хорошей аппроксимации важную роль играет выбор системы координат, связанный с магнитными поверхностями (потокосовые координаты), и представление вектора смещения ξ [63]. Первые расчеты устойчивости осесимметричных двумерных равновесных конфигураций были получены по программе PEST [63], в которой использованы глобальные базисные функции (конечные ряды Фурье по полоидальному углу).

Вычислительная практика потребовала теоретических исследований применимости метода конечных элементов в задачах МГД-устойчивости. В работах [64], [65], [66] были получены достаточные условия на базисные подпространства, обосновывающие применение метода конечных элементов для целого класса эллиптических задач на собственные значения с некомпактным оператором. Нарушение этих условий может приводить к искажению спектра исходной задачи спектром соответствующей разностной схемы [66].

Проблемы, возникающие из-за наличия в МГД-спектре сильно различающихся по величине частот, соответствующих различным классам смещений, позволяет преодолеть метод гибридных конечных элементов [67]. Основная идея этого метода — одинаковая функциональная зависимость всех слагаемых в функционале потенциальной энергии $\delta^2 W$ на базисном подпространстве. Этот метод реализован в двумерной программе ERATO [68]. С помощью программы ERATO была численно изучена устойчивость широкого класса равновесных состояний [69]—[72].

Наибольшие трудности при расчетах устойчивости связаны с определением границы устойчивости. В программе PEST используется аппроксимация, затрудняющая определение неустойчивости с малым инкрементом вблизи этой границы [73]. При применении метода гибридных конечных элементов определенные сложности возникают из-за численной дестабилизации [74]. Суть этого явления состоит в следующем. При наличии в плазме резонансной магнитной поверхности, на которой шаг линий магнитного поля совпадает с шагом одной из винтовых гармоник смещения, задача (117) имеет непрерывный спектр $0 = \omega_*^2 \leq \omega^2 \leq \omega_{**}^2$. При аппроксимации методом гибридных конечных элементов нижняя граница непрерывного спектра приближается снизу и таким образом дестабилизируется ($\omega^2 < 0$ соответствует неустойчивости). Это затрудняет определение границы устойчивости, то есть момента перехода от $\omega_{\min}^2 < 0$ к $\omega_{\min}^2 = 0$; требуя тщательного исследования сходимости [74].

Попытка анализа явления дестабилизации была предпринята в работе [75]. Основное внимание здесь было обращено на проблемы, связанные с аппроксимацией оператора $(\mathbf{B} \cdot \nabla)$ вблизи резонансных поверхностей в двумерном случае. Дестабилизирующая поправка к тороидальному волновому числу, используемая в ERATO для улучшения сходимости [68], была здесь названа в качестве возможной причины сходимости снизу к минимальному собственному числу.

Результаты, изложенные в [76], показывают, что на локализованных у резонансных поверхностей смещениях гибридная аппроксимация может давать неустойчивость независимо от величины шага сетки, хотя изучаемое равновесие устойчиво. Это свидетельствует о более глубоких причинах численной дестабилизации в методе гибридных конечных элементов. Отметим, что такая дестабилизация не противоречит спектральной сходимости соответствующих разностных схем, поскольку отрицательные собственные числа имеют порядок $O(h^2)$, где h — шаг сетки в «радиальном» направлении, а $\omega^2=0$ принадлежит спектру исходной задачи при наличии резонансной поверхности в плазме.

В программах, основанных на методе гибридных конечных элементов (ERATO [68] и ее модификация GATO [77]), в практических расчетах поступают следующим образом. Вводится пороговое значение $\sigma_h > 0$ для $-\omega_{h_{\min}}^2$ такое, что при $-\omega_{h_{\min}}^2 < \sigma_h$ для фиксированного шага сетки h равновесие считается устойчивым [74] (σ — устойчивость). Отметим, прежде всего, что условие такого типа не может надежно гарантировать определение границы устойчивости для класса равновесий. Действительно, величина инкремента дестабилизации зависит, кроме шага сетки, от равновесных величин на резонансной поверхности и тороидального числа n [76]. Кроме того, выбор σ часто является эмпирическим, полученным в результате тестовых расчетов, хотя к заданию σ могут привлекаться и физические соображения, связанные с оценкой инкрементов «допустимых» неустойчивостей [78]. Не удивительно, что различный выбор σ приводит к сильно отличающимся результатам (см. например, [79] и [80]).

Для определения лишь факта неустойчивости, а не инкремента ее развития, удобно использовать упрощение задачи (117). Согласно энергетическому принципу для этого достаточно определить знак минимума потенциальной энергии $\delta^2 W(\xi, \xi)$ при специальной нормировке смещения ξ . Если эта нормировка включает в себя лишь одну, нормальную к магнитным поверхностям, компоненту ξ , то по двум другим просто найти минимум функционала $\delta^2 W(\xi, \xi)$ [60], а затем решить новую редуцированную задачу на собственные значения только для одной функции. Численная реализация такого метода в литературе по-

лучила название δW -кода [73], [81]. Изменение структуры спектра такой редуцированной задачи и, в частности, положительность в практически интересных случаях нижней границы непрерывного спектра $\omega^2 > 0$ делают δW -код особенно эффективным при определении границы устойчивости [73].

Среди особенностей редуцированной задачи на собственные значения отметим некомпактность оператора, обращение в нуль коэффициента при старшей производной во внутренней точке (резонансная поверхность) области, возможность существования сингулярных собственных векторов, необычное гильбертово пространство, в котором ставится обобщенная вариационная задача на собственные значения типа (117) [82]. Разностные схемы для этой задачи можно строить двумя способами. Произведя аналитическую (при помощи функции Грина для некоторого эллиптического оператора на каждой магнитной поверхности) минимизацию функционала потенциальной энергии $\delta^2 W(\xi, \xi)$ [60], можно применить почти традиционный метод конечных элементов. Отклонение от классической схемы метода конечных элементов при таком способе аппроксимации состоит в предварительном приближенном нахождении функций Грина на магнитных поверхностях. Такой метод реализован в программе PEST-2 [73]. По-другому схему можно построить, численно определив минимум полного функционала потенциальной энергии по двум компонентам смещения ξ из базисного конечномерного пространства. Такой метод преобразования программы ERATO в δW -код предложен в работе [81]. Однако присущая методу гибридных конечных элементов численная дестабилизация приводит к отсутствию спектральной сходимости подобной схемы к решению исходной редуцированной задачи устойчивости [76]. Таким образом, полученный из ERATO δW -код оказывается неработоспособным.

Способы улучшения аппроксимации гибридными конечными элементами, устраняющие численную дестабилизацию и восстанавливающие спектральную сходимость соответствующей разностной схемы для редуцированной задачи, изложены в [76]. Соединение преимуществ метода гибридных конечных элементов и δW -кодов, которое становится возможным при устранении дестабилизации, приводит к эффективному алгоритму решения редуцированной задачи на собственные значения.

Сушественным дополнением к двумерным программам расчета МГД-спектра является необходимое условие устойчивости — критерий устойчивости мелкомасштабных баллонных мод [83], который требует определения знака старшего собственного числа одномерной спектральной задачи в бесконечной области на каждой магнитной поверхности. Отметим, что аналитическое исследование смещений такого типа было стимулировано расчетами неустойчивостей по программе PEST [84]. «Баллонный» критерий получен в предположении $n \rightarrow \infty$ (n — тороидальное

волновое число смещения ξ). Полные расчеты устойчивости при больших n требуют очень мелких сеток и, следовательно, больших затрат, которых при использовании этого критерия можно избежать. Вместе с тем, выяснению устойчивости при «средних» значениях n посвящен ряд вычислительных работ. Подобные расчеты были проведены по модифицированной программе ERATO [85] и программе PEST-2 [86].

Комплекс программ, в который вошли алгоритм расчета равновесных осесимметричных конфигураций, основанный на методе обращения переменных [37], программа, рассчитывающая устойчивость и оптимальные профили давления относительно баллонных мод [87], а также программы расчета МГД-спектра и устойчивости (δW -код), основанные на методе гибридных конечных элементов с устраненной численной дестабилизацией был разработан в ИПМ им. М. В. Келдыша АН СССР и применен для определения предельных по идеальной МГД-устойчивости значений параметра β в токамаках [88]—[90]. Обзор этих результатов, а также их сравнение с результатами других работ даны ниже.

6. ПРЕДЕЛЬНЫЕ ЗНАЧЕНИЯ β В ТОКАМАКЕ

6.1. Двухшаговая оптимизация равновесной конфигурации

Попытки численной оптимизации равновесной конфигурации с целью получения предельных значений β относительно устойчивости всех идеальных мод были предприняты в ряде работ [69]—[70], [79]—[80], [91]. Однако оптимизация равновесия проведена здесь по ограниченному числу параметров и в некотором сравнительно узком классе распределений тока по сечению плазмы. Так, в [91] при фиксированном факторе запаса устойчивости $q(\Psi)$ использована оптимизация только по одному параметру в профиле давления $p(\Psi)$ и для ИНТОР-подобной плазмы получено $\beta \approx 2,5\%$. В работах [69]—[70], [79]—[80] без выделения $q(\Psi)$ продольный ток j_{\parallel} задается простыми функциями с двумя параметрами. В [79] для предельных значений β предложен простой скейлинг

$$\beta = C I_N, \quad I_N = \mu_0 I_p / a B_T,$$

a — малый радиус плазмы, $C = 2,0 \div 2,5$. Для ИНТОР-подобной плазмы такой скейлинг дает $\beta \approx 2,5\%$.

С другой стороны оптимизация $dp/d\Psi$ для каждого значения Ψ , определяющего магнитную поверхность, при фиксированном $q(\Psi)$ из условия устойчивости только баллонных мод дает тот же скейлинг $\beta = C I_N$, но со значительно большим коэффициентом $C = 3,0 \div 3,5$, из чего для ИНТОР-подобной плазмы следует $\beta \approx 4,0\%$ [87], [92], [93]. Эти результаты дают основание надеяться на возможность более полной оптимизации и

получение конфигураций с большими значениями β , устойчивых как относительно баллонных мод, так и внешних винтовых с конечными n .

Для поиска предельно-устойчивых равновесий естественно использовать следующую двухступенчатую процедуру. На первом этапе выполняется оптимизация относительно устойчивости мелкомасштабных баллонных мод. По следующим причинам это представляется удобным: во-первых, существует достаточно простой критерий устойчивости таких мод [83], без использования которого их исследование затруднено [73], во-вторых, его выполнение и, следовательно, выполнение критерия Мерсье устойчивости локализованных мод [58], во многих случаях оказывается достаточным для подавления всех неустойчивостей плазмы с закрепленной границей (внутренних мод) [70].

Критерий баллонной устойчивости может служить основой для весьма простой и эффективной оптимизационной процедуры. Зададимся некоторой границей поперечного сечения плазмы в плоскости (r, z) для осесимметричного случая. При заданных $dp/d\Psi$, $q(\Psi)$ можно решить уравнение равновесия и определить тем самым систему магнитных поверхностей. Пусть $q(\Psi)$ фиксировано. Определение устойчивости баллонных мод состоит в оценке старшего собственного числа следующей спектральной задачи

$$\frac{\partial}{\partial \theta} \left(a(\Psi, \theta, \theta_0) \frac{\partial \xi}{\partial \theta} \right) + d(\Psi) b(\Psi, \theta, \theta_0) \xi + \omega^2 c(\Psi, \theta, \theta_0) \xi = 0, \\ -\infty < \theta < \infty; \quad |\xi| \rightarrow 0, \quad |\theta| \rightarrow \infty. \quad (118)$$

$$a(\Psi, \theta, \theta_0) = \frac{1}{I} \left(\frac{1}{|\nabla \Psi|^2} + \frac{|\nabla \Psi|^2}{B^2} Q^2 \right),$$

$$b(\Psi, \theta, \theta_0) = \frac{1}{B^2} \left[\frac{\nabla \Psi \cdot \nabla (2p + B^2)}{|\nabla \Psi|^2} - \frac{fQ}{IB^2} \frac{\partial B^2}{\partial \theta} \right],$$

$$c(\Psi, \theta, \theta_0) = I^2 a(\Psi, \theta, \theta_0), \quad d(\Psi) = dp/d\Psi,$$

$$Q = \int_{\theta_0}^{\theta} \frac{\partial v}{\partial \Psi} d\theta + \frac{\nabla \Psi \cdot \nabla \theta}{|\nabla \Psi|^2} v, \quad v = \frac{If}{r^2},$$

$$I = (\nabla \Psi \times \nabla \theta \cdot \nabla \Phi)^{-1}, \quad B = \nabla \Psi \times \nabla \Phi + f \nabla \Phi.$$

«Заморозив» коэффициенты a , b , c и меняя d , найдем на каждой магнитной поверхности $d_0(\Psi)$ такое, что $\min_{\theta_0} \omega_0^2(\Psi, \theta_0) = 0$. Решим

уравнение равновесия при заданных $dp/d\Psi = d_0(\Psi)$, $q(\Psi)$ и повторим процедуру. Если такой итерационный процесс сходится, т. е. $dp/d\Psi \rightarrow dp^\infty/d\Psi$, то итоговое равновесие с параметрами $dp^\infty/d\Psi$, $q(\Psi)$ будет, по крайней мере, локально в классе равновесий с фиксированным $q(\Psi)$, обладать максимальными $\beta = \beta^\infty$.

Могут существовать устойчивые по баллонным модам равновесия с $\beta^s > \beta^\infty$ — так называемая вторая зона устойчивости

[94]. Это явление связано с сильным изменением геометрии системы магнитных поверхностей и, следовательно, коэффициентов уравнения (118) при больших давлениях. Вопрос о реализации равновесий из второй зоны упирается в существование «устойчивого пути» к ней, т. е. последовательности устойчивых равновесий с возрастающими от нуля до β^* значениями β .

Основой для численной реализации описанной оптимизационной процедуры служит эффективная программа для решения уравнения равновесия (44) с заданными $dp/d\Psi$, $q(\Psi)$, основанная на методе обращения переменных [37]. При аппроксимации уравнения (118) бесконечный отрезок по θ заменяется конечным, содержащим достаточно большое число периодов коэффициентов уравнения по θ . Используя стандартную аппроксимацию второго порядка [95], приходим к задаче определения собственных значений трехдиагональной матрицы. Нахождение на каждой магнитной поверхности значения $d_0(\Psi)$, соответствующего $\omega_0^2(\Psi) = 0$, может осуществляться дихотомией по значениям d . На каждом шаге этого процесса достаточно проверить знакоопределенность соответствующей трехдиагональной матрицы, которая эффективно определяется при помощи так называемой последовательности Якоби [96] — последовательности отношений главных миноров этой матрицы.

Полученное в таком процессе равновесие используется далее в качестве исходного для второго этапа оптимизации. На нем проверяется устойчивость внешних винтовых мод $n = 1, 2, \dots$. Если оптимизированное по баллонным модам равновесие оказывается неустойчивым, распределение $p(\Psi) = p^\infty(\Psi)$ изменяется так, чтобы достигнуть устойчивости относительно всех мод. Как правило, для равновесия, полученного на первом этапе, плотность продольного тока j_\parallel не исчезает на границе плазмы. Подобные распределения плотности тока неблагоприятны для устойчивости внешних винтовых мод [97] и так называемой неустойчивости отслаивания (*peeling*) [98].

Однако при подходящем выборе $q(\Psi)$ достаточно небольшого изменения давления $p(\Psi) = p^\infty(\Psi)$ для того, чтобы обеспечить устойчивость внешних мод, не нарушая баллонного критерия. Такую функцию $q(\Psi)$ будем определять из бессиловой ($dp/d\Psi = 0$) равновесной конфигурации при заданной плотности продольного тока

$$r j_\parallel = [1 - (1 - \Psi/\Psi_{\max})^\kappa]^\lambda, \quad (119)$$

где $\Psi = \Psi_{\max}$ на магнитной оси и $\Psi = \Psi_s = 0$ на границе плазмы. С помощью параметров κ и λ можно получить заданное значение $q(\Psi_s) = q_s$ на границе при фиксированном $q(\Psi_{\max}) = q_0$ и управлять распределением $q(\Psi)$ по магнитным поверхностям.

Выбрав так $q(\Psi)$, далее, на втором этапе оптимизации, получим новое равновесие с

$$\frac{dp}{d\Psi} = S(\Psi) \frac{dp^\infty}{d\Psi}, \quad (120)$$

где $0 \leq S(\Psi) \leq 1$ — колоколообразная функция с $S(\Psi_{\max}) = 1$ и $S(\Psi_s) = 0$. Условие $S(\Psi_s) = 0$, т. е. $p'(\Psi_s) = 0$, обеспечивает практическое исчезновение плотности тока j_φ на границе. При этом устойчивость баллонных мод не нарушается. Ниже приведены результаты для

$$S(\Psi) = \exp(B) \frac{\text{sh}(A+B)}{\text{sh} A}, \quad (121)$$

$$A = \frac{t-1}{2t} \frac{1}{(1-\delta)^t}, \quad B = -A \left(1 - \frac{\Psi}{\Psi_{\max}}\right)^t,$$

где параметр δ управляет «наполненностью», а t — крутизной спада $S(\Psi)$. На рис. 1 показаны графики $S(\Psi)$ при $t=10$ и различных δ . Увеличение δ приводит к сжатию профиля $S(\Psi)$ и, следовательно, пикированию по сечению плазмы распределений $p'(\Psi)$ и $q(\Psi)$ (см. рис. 4), благоприятному для устойчивости внешних винтовых мод. Величина β при этом уменьшается. Если исходное бессильное равновесие устойчиво, то проверка

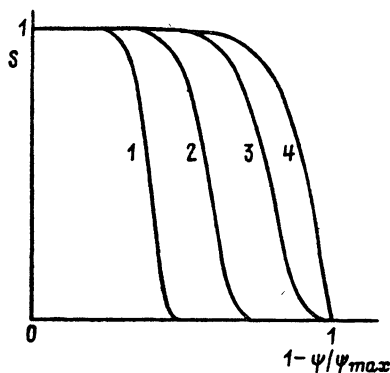


Рис. 1. Профили функции $S(\psi)$ при $t=10$ и различных значениях параметра δ :

кривая 1 — $\delta = 0,6$; 2 — $\delta = 0,4$; 3 — $\delta = 0,2$; 4 — $\delta = 0$

устойчивости равновесных конфигураций, определяемых функциями $p'(\Psi) = S(\Psi) dp^\infty/d\Psi$, $q(\Psi)$ при различных δ , дает критическое значение $\delta = \delta^c$ и соответствующее $\beta = \beta^c > 0$.

6.2. Результаты расчетов предельных значений β

Представленные ниже расчеты предельных β проведены для плазменного шнура с сечением

$$r = R + a(\cos \theta - \gamma \sin^2 \theta), \quad (122)$$

$$z = ka \sin \theta, \quad 0 \leq \theta < 2\pi,$$

где $A=R/a$ — аспектное отношение, k — вытянутость, γ — треугольность сечения. Распределение фактора запаса устойчивости $q(\Psi)$ по магнитным поверхностям определяются из бессильной равновесной конфигурации с заданным распределением плотности тока (119). Везде ниже выбрано $q(\Psi_{\max})=q_0=1,1$. Увеличение параметра k приводит к уплощению плотности тока около магнитной оси и уменьшению граничного значения q_s , напротив, увеличение λ дает уплощение плотности тока около границы, ее обострение около магнитной оси и рост q_s . В качестве определения β используем

$$\beta = \frac{2\mu_0 \int_{\Omega_p} p d^3\mathbf{r}}{\int_{\Omega_p} B_\Phi^2 d^3\mathbf{r}},$$

B_Φ — тороидальное магнитное поле. Удобным безразмерным параметром равновесной конфигурации является нормированный ток

$$I_N = \frac{\mu_0 I_p}{a B_0}, \quad I_p = \int_{S_p} j_\Phi d^2\mathbf{r}, \quad (123)$$

I_p — продольный ток в плазме, B_0 — тороидальное магнитное поле на магнитной оси, μ_0 — магнитная проницаемость вакуума, S_p — поперечное сечение плазмы. В (123) использованы единицы СИ.

Обратимся к конкретным результатам. На рис. 2,3 приведены зависимости β^∞ и β^c от I_N для фиксированной формы сече-

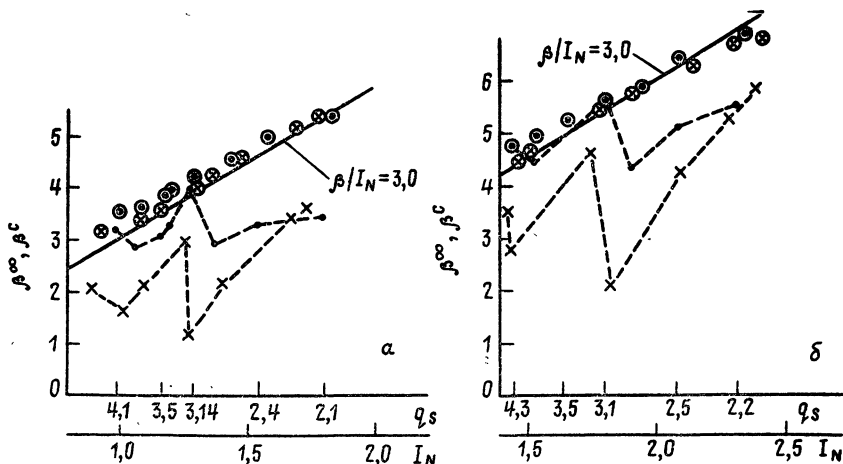


Рис. 2. Зависимости β^∞ и β^c от нормированного тока I_N для плазмы с вытянутым D -образным сечением:

$k=1,6$, $\gamma=0,3$; а) $A=4,0$; б) $A=3,0$; Символы \odot — для β^∞ , \cdot — для β^c соответствуют $\lambda=2$; \otimes — для β^∞ , \times — для β^c соответствуют $\lambda=1$; шкала q_s нанесена по точкам β^c для $\lambda=2$

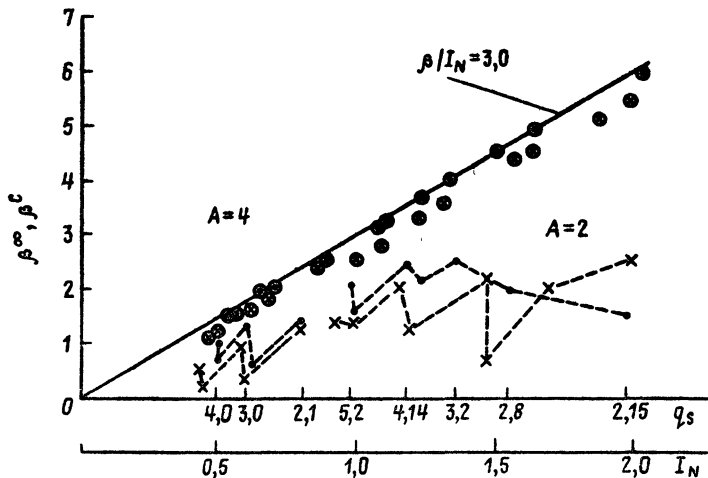


Рис. 3. Зависимость β^∞ и β^c от I_N для плазмы кругового сечения:

символы \odot , \cdot — $\lambda = 2$, \otimes , \times — $\lambda = 1$

ния плазмы ($k=1,6$, $\gamma=0,3$ — рис. 2, $k=1$, $\gamma=0$ — рис. 3) и различных аспектных отношений. Различными символами в кружках обозначен результат первого шага оптимизации β^∞ при различных значениях λ , то есть при различных уплотнениях плотности тока у границы. Пунктир, соединяющий эти же символы, показывает β^c для различных λ после второго шага оптимизации. При этом I_N и q_s изменяются только за счет параметра κ в (119). Все расчеты устойчивости проведены в предположении достаточно удаленной от плазмы абсолютной проводящей стенки.

Прежде всего, отметим выполнение соотношения

$$\beta^\infty = C^\infty I_N, \quad (124)$$

где коэффициент $C^\infty = 2,9 \div 3,2$ слабо зависит от геометрических факторов и параметра λ в (119). Для сравнения укажем $C^\infty = 3,5$ в [93] и $C^\infty = 3,1$ в [92].

Процесс второго шага оптимизации показан на рис. 4. Здесь для $A=4$, $k=1,6$, $\gamma=0,3$, $q_s=2,17$, $\lambda=1$; $t=10$ (в (121)) и различных δ приведены распределения p , q , j_φ по радиусу плазмы. Видно, что увеличение δ приводит к исчезновению плотности тока на границе, пикированности давления и уменьшению β . В конечном счете достигается такое δ^c , что $\omega^2 \geq 0$ и соответствующая конфигурация является устойчивой относительно всех идеальных мод. На рис. 5 для параметров рис. 4 и $S(\Psi) \equiv 1$, $\delta = 0,14$ показаны проекции собственных смещений на плоскость $\varphi=0$. Для неустойчивого равновесия ($S(\Psi) \equiv 1$, $\omega^2 = -6,0 \cdot 10^{-3} \omega_A^2$, $\omega_A^2 = B_0^2 / \rho R^2$) отметим «всплеск» смещения в окрестно-

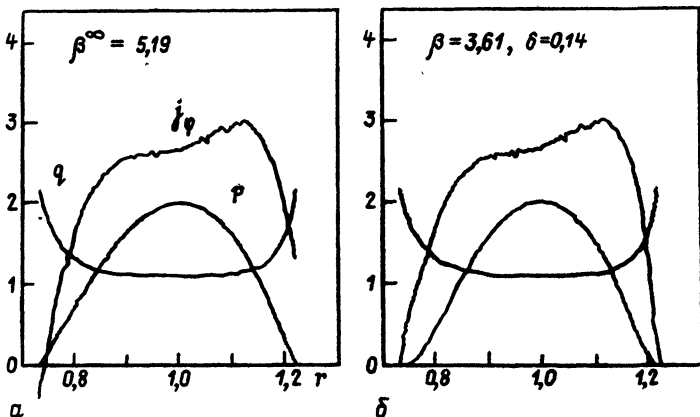


Рис. 4. Профили $p(r)$, $q(r)$, $j_\varphi(r)$ при $z=0$:

$A=4$, $k=1,6$, $\gamma=0,3$, $\lambda=1$; а) $S(\psi) \equiv 1$, б) $\delta=0,14$; функции p и j_φ нормированы так, что $\max p=2$, $\max j_\varphi=3$; координата r нормирована на радиус магнитной оси

сти резонансной поверхности $q=2$ и у границы. Для равновесия вблизи границы устойчивости ($\delta=0,14$, $\omega^2=-2,5 \cdot 10^{-5} \omega_A^2$) смещение характеризуется сильным выбросом на резонансной поверхности.

Зависимость $\beta^c(I_N)$ (см. рис. 2,3) нельзя описать простым соотношением типа (124). Уплотнение тока у границы (увеличение параметра λ) приводит к увеличению β^c . Но для любых λ величина β^c имеет локальные максимумы при значениях I_N , соответствующих величинам q_s , несколько превосходящим целые числа $q_c=2, 3, 4$. Эти максимумы попадают в щели устойчивости для пикированного тока в цилиндрической геометрии [67]. Увеличение I_N приводит к значениям $q_s < 2$ и даже для бессиловой конфигурации в соответствии с достаточным условием [99] дает неустойчивость. Величина «провалов» в β^c между целыми значениями q_s уменьшается при уплотнении плотности тока у границы ($\lambda=2$), однако разброс отношения β^c/I_N достаточно велик: например, для $A=4$, $k=1,6$, $\gamma=0,3$ оно изменяется в пределах $2,0 \leq \beta^c/I_N \leq 3,0$ при $\lambda=2$, $1,0 \leq \beta^c/I_N \leq 2,4$ при $\lambda=1$. Подчеркнем, что при этом для $\lambda=2$, $q_s \geq 3,0$ достигается максимальное значение $\beta^c \approx \beta^\infty$. При $q_s \geq 2,0$ значение β^c падает и слабо зависит от профиля плотности тока на границе плазмы.

Зависимость значений β^c при $q_s \geq 2; 3$ от формы сечения плазмы дана на рис. 6,7. На рис. 6 показана зависимость β^c от $1+k^2$. Здесь характерно достижение пропорциональности $\beta^c \sim 1+k^2$ при $k \geq 1,5$. Функция $\beta^c(\gamma)$ имеет максимум при $\gamma \approx 0,3$ (рис. 7). Большие треугольности сечения γ приводят к большим β^∞ (и увеличению I_N), но одновременно к сильной дестабилизации внешних мод и уменьшению β^c . Аналогичная ситуация

имеет место при увеличении «вмятины» у плазмы, имеющей «бобообразное» сечение. Действительно, стабилизирующее влияние увеличения треугольности γ сечения плазмы на баллонные моды $n \rightarrow \infty$ может быть усилено при появлении на внутреннем обводе тора «вмятины». Если размер этой «вмятины» достаточно велик, возможен даже устойчивый переход во вторую зону устойчивости по баллонным модам [100]. Расчеты внешних неустойчивостей, представленные в работе [101], проведены при достаточно близко расположенном абсолютно проводящем кожухе. Результаты более детальных расчетов предельных β в плазме с бобообразным сечением приведены ниже.

Граница поперечного сечения плазмы задается в виде [100]:

$$r = \tilde{r} + \rho \cos \tilde{\gamma},$$

$$z = E \rho \sin \tilde{\gamma},$$

$$\rho = P(1 + Q \cos \theta), \quad \tilde{\gamma} = C \sin \theta, \quad 0 \leq \theta < 2\pi.$$

Было выбрано $Q=0,6$. Размер вмятины i (см. рис. 8) определяется параметром C . Отношение \tilde{r}/P задает аспектное отношение $A=R/a$. Величина E связана с вытянутостью $k=b/a$. Методика получена $q(\Psi)$ и определения β^∞ и β^c не отличается от описанной ранее.

Рис. 9 показывает β^∞ и β^c в зависимости от q_s . Здесь $A=4$, $i=0,1$, $k=1,6$, $\lambda=1$; 2. Отметим резкий рост β^∞ с уменьшением q_s . Бобообразность сечения плазмы приводит, однако, к дестабилизации внешних винтовых мод. Даже при $q_s > 5$ величина β^c много меньше, чем β^∞ . Уплотнение плотности тока у границы ($\lambda=2$) не приводит к увеличению β^c .

Функции $\beta^\infty(i)$ и $\beta^c(i)$ приведены на рис. 10. Здесь $A=4$, $k=1,6$, $\lambda=1$, $q_s=3,2$; 4,3. Величина β^c резко падает с ростом i при меньших q_s .

Профили $p(r)$, $q(r)$ и $j_\varphi(r)$ для серии равновесий с $A=4$, $i=0,1$, $k=1,6$, $q_s=4,3$, $\lambda=1$ приведены на рис. 11. Проекция собственных смещений, соответствующих неустойчивым равновесиям, даны на рис. 12. Максимумы смещения у внутреннего обвода тора, заметные здесь, характерны для всех рассчитанных собственных функций, даже при малых i ($i \sim 0,03$). Уменьшение аспектного отношения не приводит к качественным изменениям.

При больших $i \approx 0,3$ возникают трудности при расчетах даже бессильных равновесий с плотностью продольного тока, исчезающей на границе.

Для плазмы кругового сечения (рис. 3) даже при сравнительно плоском распределении плотности тока у границы ($\lambda=2$) β^c значительно ниже, чем β^∞ , так что $\beta/I_N < 2$. По мере уменьшения аспектного отношения тороидальная дестабилизация винтовых мод усиливается, но частично она может быть подавлена при больших значениях $q_s \gtrsim 4$.

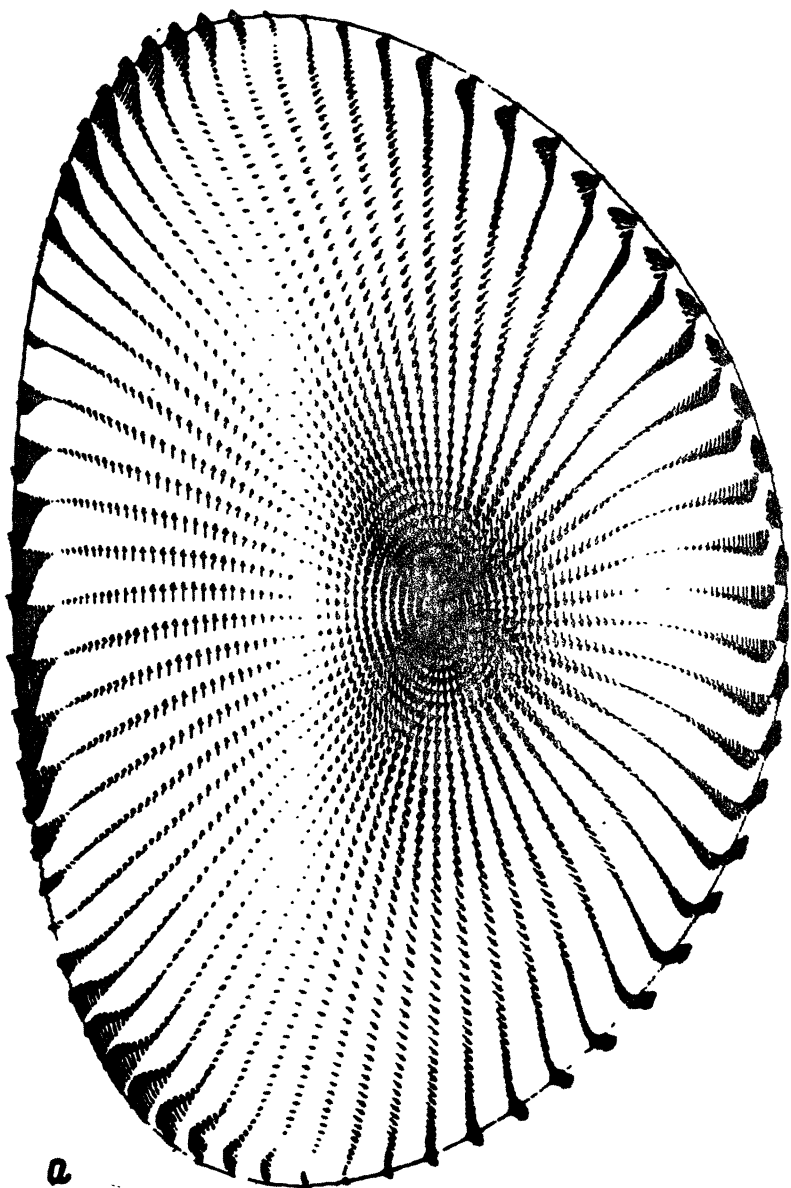
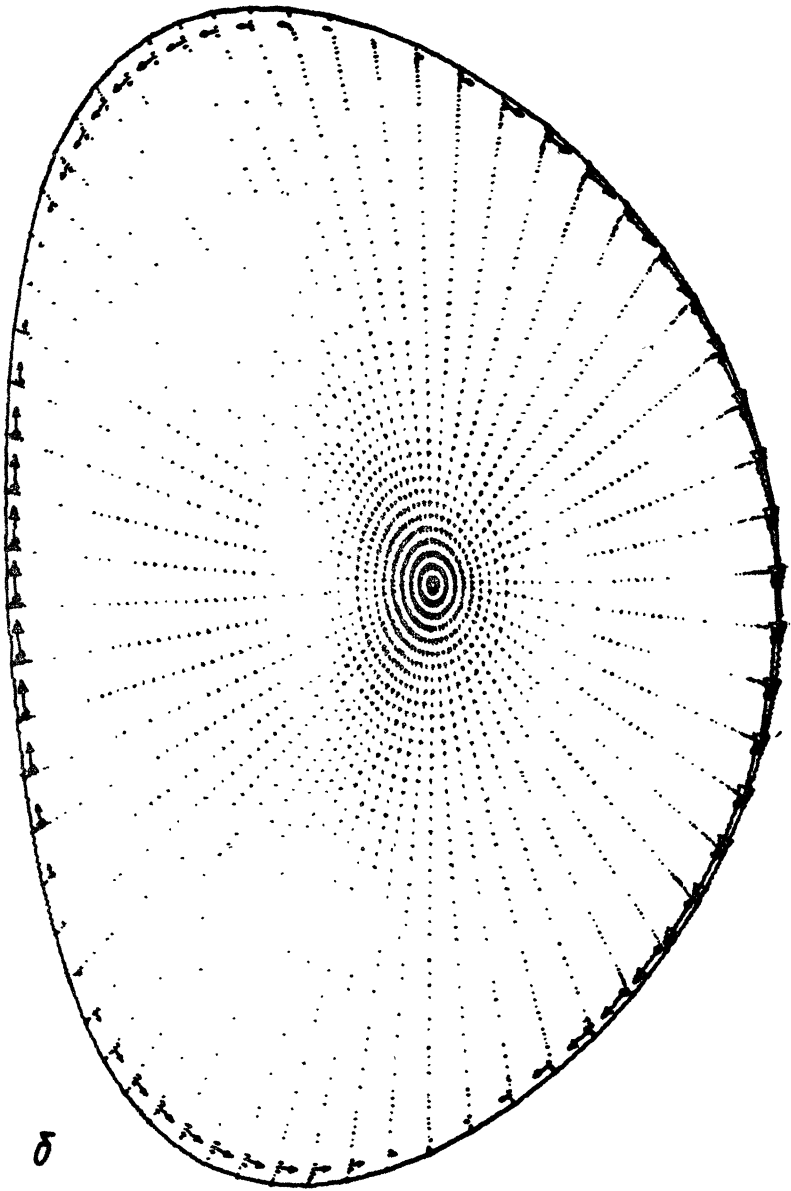


Рис. 5. Собственные смещения для равновесия рис. 4:

торидальное волновое число $n=1$;
 а) $S(\psi) \equiv 1$; $\omega^2 = -6,0 \cdot 10^{-3} \omega_A^2$. б) $\delta = 0,14$; $\omega^2 = -2,5 \cdot 10^{-5} \omega_A^2$



9*

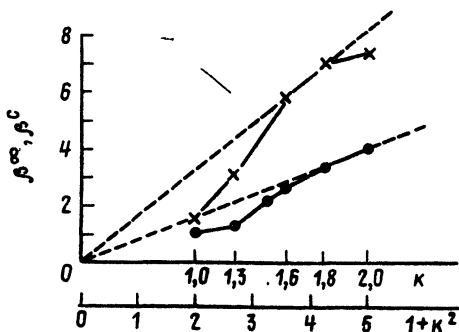


Рис. 6. Зависимость β^c от вытянутости сечения k :
 символ \cdot — соответствует $A=5$, $\gamma=0,3$, $\lambda=2$, $q_s \gg 3$; \times — соответствует $A=3$, $\gamma=0,3$,
 $\lambda=1$, $q_s \gg 2$

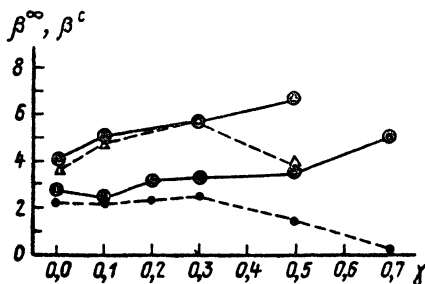


Рис. 7. Зависимости β^∞ и β^c от треугольности сечения γ :
 символы \odot — для β^∞ , \cdot — для β^c $A=5$, $k=1,5$, $\lambda=2$, $q_s \gg 3$; Δ — для β^∞ , Δ — для β^c
 соответствуют $A=3$, $k=1,6$, $\lambda=2$, $q_s \gg 3$

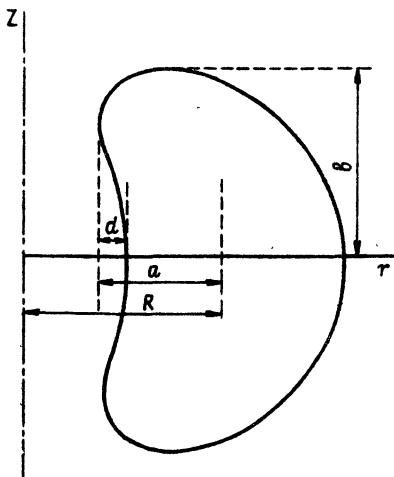


Рис. 8

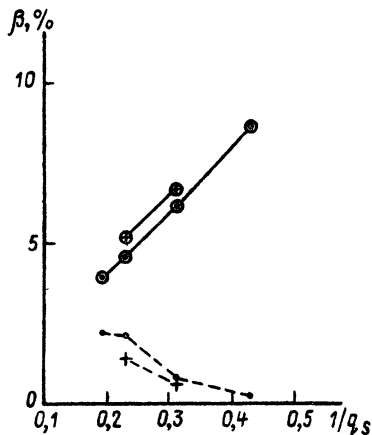


Рис. 9

Рис. 8. Параметры геометрии плазмы с бобообразным сечением:

$$A = R/a, k = b/a, i = d/2a$$

Рис. 9. Зависимости β^∞ и β^c от qs для плазмы с бобообразным сечением:

$A=4$, $k=1,6$, $i=0,1$; \odot , \cdots — $\lambda=1$; \oplus , $+$ — $\lambda=2$; сплошные линии для β^∞ , пунктир для β^c

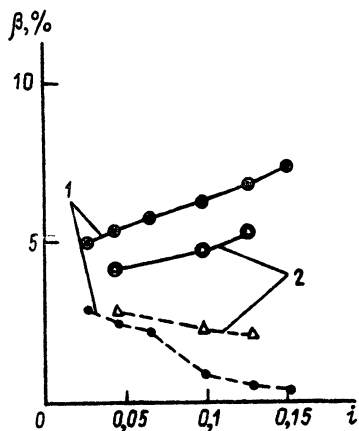


Рис. 10. Зависимости β^∞ и β^c для бобообразного сечения от i :
 $\Lambda = 4$, $k = 1,6$, $\lambda = 1$; \odot , \bullet — $q_s = 3,2$; Δ , \triangle —
 $q_s = 4,3$

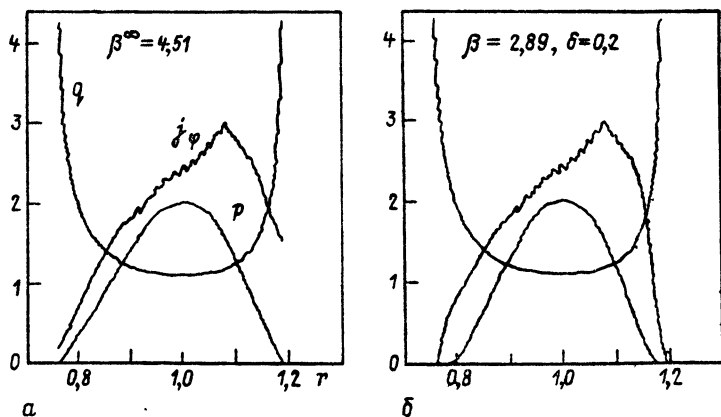


Рис. 11. Профили $p(r)$, $q(r)$, $j_\varphi(r)$ для бобообразного сечения:
а) $S(\Psi) = 1$, б) $\delta = 0,2$; а) $\Lambda = 4$, $k = 1,6$, $i = 0,1$, б) $\kappa = 1,25$, $\lambda = 1$, $q_s = 4,3$

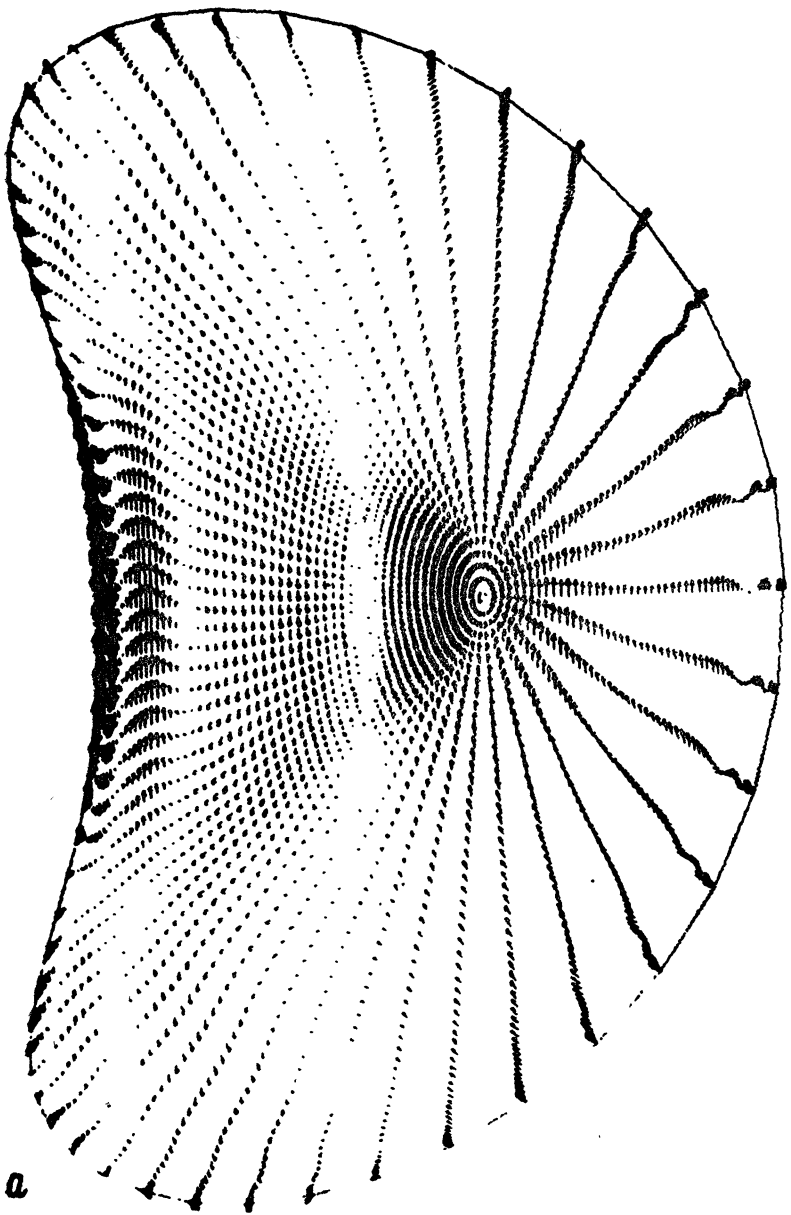
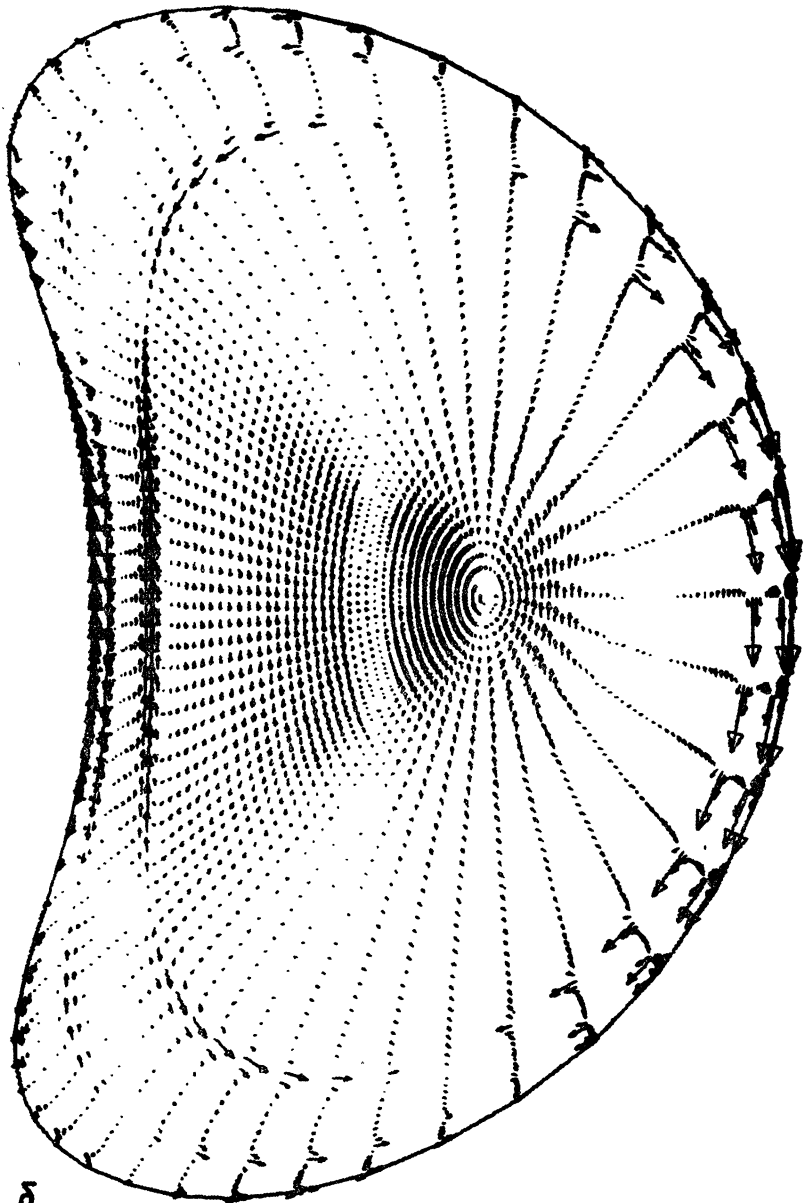


Рис. 12. Собственные смещения для равновесий рис. 11:

тороидальное волновое число $n=1$;

а) $S(\psi)=1$; $\omega^2 = -1,1 \cdot 10^{-2} \omega_A^2$, б) $\delta = 0,2$; $\omega^2 = -1,5 \cdot 10^{-4} \omega_A^2$



6.3. Законы подобия для предельных значений β

Как было отмечено выше, соотношение типа (124) для β^c вообще говоря, не выполнено для всех I_N , так как разброс отношений β^c/I_N для фиксированной геометрии плазмы достаточно велик. При этом локальные максимумы β^c достигаются при q_s , несколько превосходящих целые значения $q_s=2, 3, 4, \dots$. Тем не менее зависимость

$$\beta^c = CI_N \quad (125)$$

имеет место именно для таких значений q_s , а параметры плазмы оказывают влияние на коэффициент C . Выполнение с хорошей точностью (124) для β^∞ делает такой скейлинг особенно удобным, облегчая сравнение β^c с β^∞ . Дополнительно выяснив зависимость I_N от параметров плазмы, затем можно получить возможность непосредственно вычислить β^c через геометрические и физические характеристики.

На рис. 13 показана зависимость $C = \beta^c/I_N$ для D -образного сечения ($k=1,6, \gamma=0,3$) от $1/A$. Распределение плотности тока около границы (параметр λ) определяет характер этой зависимости. Для случая резкого изменения плотности тока у границы ($\lambda=1$) коэффициент C практически линейен по $1/A$ как для $q_s \gtrsim 2$, так и для $q_s \gtrsim 3$. При более плавном поведении плотности тока у границы ($\lambda=2, q_s \gtrsim 3$) линейная зависимость $C(1/A)$ нарушается. Отметим здесь резкое падение от $C=3,1$ до $C=2,6$ при увеличении A от 4 до 5. При этом величина C для $A \leq 4$ практически совпадает с C^∞ . Аналогичный скачок в $C(1/A)$ имеется и для $q_s \gtrsim 2$, но при меньших аспектных отношениях.

Зависимость величины C от вытянутости k и треугольности γ , как показали расчеты, является сложной и выяснить в целом ее не удалось. Однако значения C для $k \gtrsim 1,5, \gamma=0,3$ практически не зависят от k , что обеспечивает определенную универсальность (125). При этих же параметрах для I_N с хорошей точностью выполняется формула

$$I_N = \frac{\pi(1+k^2)}{A} \left(\frac{1}{q_s} + 0,12 + \frac{0,3}{A^2} \right). \quad (126)$$

Формулы (125), (126) и данные рис. 13 позволяют определять β^c для плазмы с $k \gtrsim 1,5, \gamma \approx 0,3$. В частности, для $\lambda=1$ и $q_s \gtrsim 3$, аппроксимируя зависимость $C(1/A)$ линейной, получаем

$$\beta^c = \left(1,6 + \frac{3,2}{A} \right) I_N.$$

Наиболее интересные параметры $\lambda=2, q_s \gtrsim 3$ при умеренном токе плазмы дают близкие к максимальным значения β^c , для которых

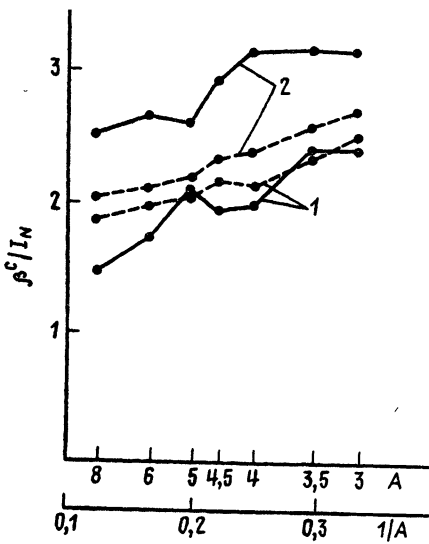


Рис. 13. Зависимость величины β^c / I_N от аспектного отношения для плазмы с вытянутым сечением: $k = 1,6$, $\gamma = 0,3$; сплошные линии соответствуют $\lambda = 2$; пунктир — $\lambda = 1$
 1 — $q_s \lesssim 2$; 2 — $q_s \gtrsim 3$

$$\beta^c = \begin{cases} (3,0 \div 3,1) I_N, & A \leq 4, \\ (2,5 \div 2,6) I_N, & A \geq 5. \end{cases}$$

Приведем скейлинг для плазмы кругового сечения. Зависимость $C(1/A)$ приведена на рис. 14. Как отмечалось в 6.2, в этом случае имеет место тороидальная дестабилизация внешних винтовых мод, которая проявляется более сильно при малых A . Следствием этого здесь является $C \approx 2,0$ и уменьшение C с уменьшением A . Эта тенденция сильнее выражена для более плоского распределения плотности тока у границы ($\lambda = 2$). Тороидальная дестабилизация частично подавляется при увеличении q_s , так что для $q_s \geq 4$ C слабо меняется ($C = 1,9 \div 2,1$) при $\lambda = 2$ и растет с уменьшением A при $\lambda = 1$.

Приближенное выражение

$$I_N = \frac{2\pi}{A} \left(\frac{1}{q_s} + 0,06 + \frac{0,4}{A^2} \right)$$

вместе с данными рис. 14 позволяют определять β^c для плазмы кругового сечения.

Для поиска устойчивых равновесий с более высоким β имеются следующие четыре возможности: более детальная оптимизация распределения давления; использование более широких

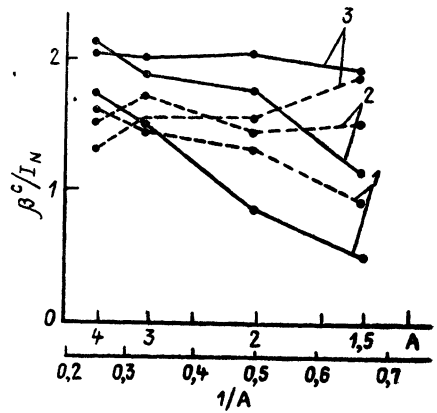


Рис. 14. Зависимость величины β^c / I_N от аспектного отношения для плазмы кругового сечения: сплошные линии — $\lambda = 2$; пунктир — $\lambda = 1$
 1 — $q_s \gtrsim 4$; 2 — $q_s \gtrsim 3$; 3 — $q_s \gtrsim 2$

классов распределений $q(\Psi)$ и форм сечения плазмы; учет стабилизации внешних мод идеально проводящей стенкой.

Использование предложенной выше оптимизации давления дает основание считать его достаточно близким к предельному. Выбор $q(\Psi)$, соответствующих достаточно плоским распределениям плотности тока у границы, как показано выше, сильно влияет на β^c . Этот факт отмечался ранее в [80], где подобные распределения тока моделировались бестоковой идеально проводящей мантией, окружающей плазму. Такая мантия $\sim 5 \div 10\%$ малого радиуса плазмы уменьшала резкие провалы зависимости $\beta^c(I_N)$, но не приводила к существенному увеличению β^c , вычисленному по объему плазмы, включающему мантию. Снятие ограничения $q_0 > 1$ также приводит к увеличению β^∞ [87]. Вопрос состоит в реализуемости таких распределений $q(\Psi)$ и соответствующих профилей плотности тока. Анализ равновесий с сильной треугольностью сечения и даже «вмятиной» на внутренней стороне тора показывает возможности значительного увеличения β^∞ , но при этом сильно дестабилизируются внешние моды [89].

Наличие идеально проводящей стенки, достаточно близкой к границе плазмы, стабилизирует внешние моды. В частности, лишь так достигаются высокие давления в плазме с бобообразным (bean-shaped) течением [101]. Однако эффективность стабилизации стенкой и другими элементами конструкции должна оцениваться индивидуально для каждой экспериментальной установки, принимая во внимание ее конструктивные особенности.

Еще одна возможность значительного повышения предельного по баллонным модам β^∞ состоит в формировании плотности тока с провалом около магнитной оси (полого тока), соответствующим немонотонным функциям $q(\Psi)$. Для таких токов, даже для плазмы кругового сечения с $A=4$, могут быть получены $\beta^\infty \sim 10\%$ [102]. Однако устойчивость винтовых и тиринг-мод для таких токов требует специального изучения [103], [104].

7. ЗАКЛЮЧЕНИЕ

Как следует из вышеизложенного, к настоящему времени имеется достаточно развитый алгоритмический аппарат для расчетов равновесия и устойчивости плазмы токамака. С его помощью может быть исследована практически любая конкретная проектируемая установка. Задачи равновесия и устойчивости в других аксиально-симметричных системах магнитного удержания, таких, как компактный тор, пинч с обращенным полем, открытые ловушки с анизотропным давлением, имеют свои специфические черты. Тем не менее методы, разработанные для токамака, могут быть использованы без принципиальных изменений и в расчетах этих систем.

Что касается существенно трехмерных плазменных конфигураций, то здесь пока еще отсутствуют универсальные и одновременно эффективные методы расчета равновесия. Разработка таких алгоритмов и интерпретация полученных с их помощью результатов требует построения удобной с точки зрения вычислений формулировки системы уравнений магнитостатики и исследования принципиального вопроса ее разрешимости. Это направление работы представляется важным и актуальным в связи с интенсивными поисками новых перспективных термоядерных систем.

ЛИТЕРАТУРА

1. *Захаров Л. Е., Шафранов В. Д.* — В кн. Вопросы теории плазмы. М.: Энергоиздат, 1982, вып. 11, 118—235
2. *Hinton F. L., Hazeltine R. D.* «Review of Modern Physics», 1976, 48, № 2, 239—308
3. *Hamada S.* «Nucl. Fusion», 1962, 2, 23—37
4. *Соловьев Л. С., Шафранов В. Д.* В кн. Вопросы теории плазмы. М.: Атомиздат, 1967, вып. 5, 3—208
5. *Grad H.* «Phys. Fluids», 1967, 10, 137
6. *Lo Surdo C.* Frascati, Rome, Italy: Editioni Scientifiche, 1981
7. *Волков Т. Ф., Морозов А. И.* «Докл. АН СССР», 1984, 277, 1119—1123
8. *Дегтярев Л. М., Дроздов В. В., Михайлов М. И. и др.* «Физика плазмы», 1985, 11, вып. 1, 39—50
9. *Крускал М., Кулсруд Р.* В кн. Труды Второй международной конференции по мирному использованию атомной энергии. М.: Атомиздат, 1959, 1, 221
10. *Град Г., Рубин.* Там же, 131
11. *Шафранов В. Д.* В кн. Вопросы теории плазмы. М.: Госатомиздат, 1963, вып. 2, 92—176
12. *Bernstein I. B., Frieman E. A., Kruskal M. D., Kulsrud R. M.* Proc. Roy. Soc., 1958, A244, 17—40
- 12а. *Бернштейн И. Б.* В кн. Основы физики плазмы. М.: Энергоатомиздат, 1983, 1, 365—393
13. *Кадомицев Б. Б.* В кн. Вопросы теории плазмы. М.: Госатомиздат, 1963, вып. 2, 132—176
14. *Edenstrasser J. W.* «J. Plasma Phys.», 1980, 24, 229—313. *Edenstrasser J. W.* Ibid, 515—528
15. *Михлин С. Г.* Вариационные методы математической физики. М.: Наука, 1969
16. *Shafranov V. D.* «Nucl. Fusion», 1968, 3, 253—262
17. *Дегтярев Л. М., Дроздов В. В. М.,* 1984. — 23 с. (Препринт /ИПМ им. М. В. Келдыша АН СССР: № 32)
18. *Grad H., Hu P. N., Stevens D. C.* «Proc. U. S. Nat. Acad. Sciences», 1975, 72, 3789—3793
19. *Bauer F., Betancourt O., Garabedian P.* New York: Springer Verlag, 1978
20. *Поттер Д.* В кн. Вычислительные методы в физике. Управляемый термоядерный синтез. М.: Мир, 1980, 51—91
21. *Самарский А. А., Андреев В. Б.* Разностные методы для эллиптических уравнений. М.: Наука, 1976
22. *Марчук Г. И.* Методы вычислительной математики. М.: Наука, 1980, 536 с
23. *Стренг Г., Фикс Дж.* Теория метода конечных элементов. М.: Мир, 1977
24. *Самарский А. А., Николаев Е. С.* Методы решения сеточных уравнений. М.: Наука, 1978, 592 с.
25. *Бахвалов Н. С.* Численные методы. — М.: Наука, 1975, 632 с.

26. *Kershaw D.* «J. Comput. Phys.», 1978, 26, 43—62
27. Самарский А. А., Тишкин В. Ф., Фаворский А. П., Шашков М. Ю. «Дифференц. уравнения», 1981, 17, 1317—1327
28. *Lackner K.* «Comput. Phys. Commun.», 1976, 12, 33—44
29. *Johnson J. L., Dalhed H. E., Greene J. M. et al.* «J. Comput. Phys.», 1979, 32, 212—234
30. Макнамара Б. В кн. Вычислительные методы в физике. Управляемый термоядерный синтез. М.: Мир, 1980, 228—267
31. *Takeda T., Tsunematsu T.* JAERI—M8042, 1979
32. *Shumaker D. E.* «J. Comput. Phys.», 1984, 53, 456—471
33. *Kerner W., Jandl O.* «Comput. Phys. Commun.», 1984, 31, 269—285
34. *Semenzato S., Gruber R., Zehrfeld H. P.* «Comput. Phys. Reports», 1984, 1, 389—425
35. *De Lucia J., Jardin S. C., Todd A. M. M.* «J. Comput. Phys.», 1980, 37, 183—204
36. *Вабичевич П. Н., Дегтярев Л. М., Фаворский А. П.* «Физика плазмы», 1978, 4, 995—1000; *Вабичевич П. Н., Дегтярев Л. М., Дроздов В. В.* Вопросы атомной науки и техники. Серия: Методика и программы численного решения задач мат. физики, 1981, вып. 2(8), 22—32
37. *Degtyarev L. M., Drozdov V. V.* «Comput. Phys. Reports», 1985, 2, 342—387
Дегтярев Л. М., Дроздов В. В. «Дифференц. уравнения», 1984, 20, 1194—1203
38. *Ортега Дж., Рейнболдт В.* Итерационные методы решения нелинейных систем уравнений со многими неизвестными. М.: Мир, 1975, 558 с.
39. *Hicks H. R., Dory R. A., Holmes J. A.* «Comput. Phys. Reports», 1984, 1, 345—372
40. *Канторович Л. В., Крылов В. И.* Приближенные методы высшего анализа. М.—Л., 1962. 707 с.
41. *Bateman G.* «Nucl. Fusion», 1973, 13, 227—238
42. *Хаит В. Д.* «Физика плазмы», 1980, 6, 871—875
43. *Lao L. L.* «Comput. Phys. Commun.», 1984, 31, 201—212
44. *Bhattarcharjee A., Wiley J. C., Dewar R. L.* Ibid, 213—225
45. *Schwenn U.* Ibid, 167—199
46. *Hirschman S. P., Whitson J. C.* In: Proc. Sherwood Theory Meeting, Arlington, Virginia, 1983
47. *Chodura R., Schlüter A.* «J. Comput. Phys.», 1981, 41, 68—88
48. *Schlüter A., Schwenn U.* «Comput. Phys. Commun.», 1981, 24, 263—300
49. *Hender T. C., Carreras B. A., Garcia L. et al.* Proc. of the 10 Nat. Conf. on Numer. Simulation of Plasmas, San Diego, 1983, 1A2
50. *Гельфанд И. М., Фомин С. В.* Вариационное исчисление. Физматгиз, М., 1961, 228 с.
51. *Shestakov A. I.* «Comput. Phys. Commun.», 1984, 31, 227—233
52. *Glagolev V. M., Kadomtsev B. B., Shafranov V. D., Trubnikov V. A.* In: Proc. 10 European Conf. on Contr. Fusion and Plasma Physics, Moscow, 1981, 1, E8
53. *Greene J. M., Johnson J. L.* «Phys. Fluids», 1961, 4, 875—890
54. *Коврижных Л. М., Щенеров С. В.* «Физика плазмы», 1980, 6, 976—986
55. *Pustovitov V. D.* «Nucl. Fusion», 1983, 23, 1079—1088
56. *Shafranov V. D.* «Phys. Fluids», 1983, 26, 357—364
57. *Hender T. S., Carreras B. A.* «Phys. Fluids», 1981, 27, 2101—2109
58. *Mercier C.* «Nucl. Fusion Suppl.», 1962, part 2, 801—808
59. *Greene J. M., Johnson J. L.* «Phys. Fluids», 1962, 5, 510—517
60. *Vineau M.* «Nucl. Fusion», 1962, 2, 130—137
61. *Шаfranов В. Д.* «Журн. техн. физ.», 1970, 40, 241—253
62. *Appert K., Berger D., Gruber R., Rappaz J.* «J. Comput. Phys.», 1975, 18, 284—299
63. *Гримм Р. К., Грин Д. М., Джонсон Д. Л.* В кн. Вычислительные методы в физике. Управляемый термоядерный синтез. — М.: Мир, 1980. с. 268—295

64. Descloux J., Nassif N., Rappaz J. RAIRO Anal. Numer., 1978, 12, 97—112
65. Mills W. «SIAM J. Numer. Anal.», 1979, 16, 704—718
66. Rappaz J. «Numer. Math.», 1977, 28, 15—24
67. Gruber R. «J. Comput. Phys.», 1978, 26, 379—389
68. Gruber R., Troyon F., Berger D. et al. «Comput. Phys. Commun.», 1981, 21, 323—372
69. Kerner W., Gruber R., Troyon F. «Phys. Rev. Lett.», 1980, 44, 536—540
70. Bernard L. C., Dobrott D., Helton F. J., Moore R. W. «Nucl. Fusion», 1980, 20, 1199—1206
71. Kerner W., Gautier P., Lackner K. et al. «Nucl. Fusion.», 1981, 21, 1383—1397
72. Tokuda S., Tsunematsu M., Azumi M. et al. «Nucl. Fusion», 1982, 22, 661—664
73. Grimm R. C., Dewar R. L., Manickam J. «J. Comput. Phys.», 1983, 49, 94—117
74. Gruber R., Pfersich Ch., Semenzato S. et al. «Comput. Phys. Commun.», 1981, 24, 381—387
75. Takizuka T., Tokuda S., Azumi M., Takeda T. «Comput. Phys., Commun.», 1981, 23, 19—26
76. Медведев С. Ю. М., 1985. 22 с. (Препринт/ИПМ им. М. В. Келдыша АН СССР: № 50)
77. Bernard L. C., Helton F. J., Moore R. W. «Comput. Phys. Commun.», 1981, 24, 377—380
78. Goedbloed J. P., Sakanaka P. H. «Phys. Fluids», 1974, 17, 908—918
79. Troyon F., Gruber R., Saurenmann H. et al. «Plasma Phys. and Controlled Fusion», 1984, 26, 209—215
80. Bernard L. C., Helton F. J., Moore R. W., Todd T. N. «Nucl. Fusion», 1983, 23, 1475—1484
81. Gruber R., Troyon F., Rousset S. et al. «Comput. Phys. Commun.», 1981, 22, 383—387
82. Manickam J., Grimm R. C., Dewar R. L. «Comput. Phys. Commun.», 1981, 24, 355—361
83. Connor J. W., Hastie R. J., Taylor J. B. «Phys. Rev. Lett.», 1978, 40, 396—399
84. Todd A. M. M., Chance M. S., Greene J. M. et al. «Phys. Rev. Lett.», 1977, 38, 826—829
85. Gruber R., Semenzato S., Troyon F. et al. «Comput. Phys. Commun.», 1981, 24, 363—376
86. Dewar R. L., Manickam J., Grimm R. C., Chance M. S. «Nucl. Fusion», 1981, 21, 493—498
87. Вабищевич П. Н., Дегтярев Л. М., Медведев С. Ю. «Физика плазмы», 1983, 9, 163—178
88. Дегтярев Л. М., Дроздов В. В., Мартынов А. А., Медведев С. Ю. Вопросы атомной науки и техники, серия: Термоядерный синтез, 1984, вып. 4(17), 4—10
89. Degtyarev L. M., Drozdov V. V., Martynov A. A., Medvedev S. Yu. In: Proc. Invited Papers of International Conf. on Plasma Physics, Lausanne, 1984, 1, 157—175
90. Degtyarev L. M., Drozdov V. V., Martynov A. A., Medvedev S. Yu. In: Proc. of 10 International Conf. on Plasma Physics and Controlled Fusion, London, 1984, IEAE—CN—44/E—111—2
91. Todd A. M. M., Manickam J., Okabayashi M. et al. «Nucl. Fusion», 1979, 19, 743—752
92. INTOR, Phase One. — Vienna: IAEA, 1982
93. Sykes A., Turner M. F., Patel S. In: Proc. of 11 European Conf. on Controlled Fusion and Plasma Physics, Aachen, 1983, 2, 363—366
94. Greene J. M., Chance M. S. «Nucl. Fusion», 1981, 21, 453—464
95. Самарский А. А. Теория разностных схем. — М.: Наука, 1977, 656 с.

96. Уилкинсон, Райнш. Справочник алгоритмов на языке АЛГОЛ. Линейная алгебра. М.: Машиностроение, 1976, 389 с.
 97. Захаров Л. Е. «Физика плазмы», 1981, 7, 18—40
 98. Wesson J. A. «Nucl. Fusion», 1978, 18, 87—132
 99. Блехер П. М. М., 1982. 25 с. — (Препринт /ИПМ им. М. В. Келдыша АН СССР: № 148)
 100. Chance M. S., Jardin S. C., Stix T. H. «Phys. Rev. Lett.», 1983, 51, 1963—1966
 101. Manickam J., Grimm R. C., Okabayashi M. «Phys. Rev. Lett.», 1983, 51, 1959—1962
 102. Дегтярев Л. М., Киров А. Г., Медведев С. Ю., Стотланд М. А. М., 1983. — 25 с. (Препринт /ИПМ им. М. В. Келдыша АН СССР: № 33)
 103. Дегтярев Л. М., Киров А. Г., Мартынов А. А., Медведев С. Ю., Стотланд М. А. М., 1983. — 27 с. (Препринт /ИПМ им. М. В. Келдыша АН СССР: № 28)
 104. Дегтярев Л. М., Киров А. Г., Мартынов А. А. и др. М., 1984. — 26 с. (Препринт /ИПМ им. М. В. Келдыша АН СССР; № 130).
-

СО Д Е Р Ж А Н И Е

соответствует рубрике 29.27 Рубрикатора ГАСНТИ

От редактора	3
<i>Б. Б. Кадомцев, В. В. Орлов.</i> Термоядерный синтез и атомная энергетика	5
<i>Б. Б. Кадомцев.</i> Физика плазмы крупных токамаков	40
<i>В. В. Орлов.</i> Энергетический термоядерный реактор	63
<i>Л. М. Дегтярев, В. В. Дроздов, С. Ю. Медведев.</i> Численное моделирование равновесия и устойчивости тороидальной плазмы	81

Технический редактор *Л. И. Хоченкова*

Сдано в набор 29.08.85 Подписано в печать 06.12.85 Т—21400
Формат бумаги 60×90¹/₁₆. Бум. тип. № 1 Литературная гарнитура.
Высокая печать. Усл. печ. л. 8,5 Уч.-изд. л. 8,05 Усл. кр.-отт. 8,69
Заказ 7320 Тираж 450 Цена 1 р. 20 к.
Адрес редакции: 125219, Москва, А-219, Балтийская ул., 14. Тел. 155-44-33
Производственно-издательский комбинат ВИНТИ
140010, Люберцы, 10, Московской обл., Октябрьский просп., 403

УДК 621.039.6

Б. Б. Кадомцев, В. В. Орлов. Термоядерный синтез и атомная энергетика. «Физика плазмы. Т. 6» (Итоги науки и техники, ВИНТИ АН СССР) М., 1985,

Управляемый термоядерный синтез рассматривается в статье как составная часть ядерного способа производства энергии, ядерной энергетике. Обсуждаются энергетический баланс реакций синтеза, топливный баланс и проблемы радиационной безопасности для термоядерных D—T-реакторов в сравнении с реакторами деления, некоторые технические проблемы создания экономически конкурентоспособных термоядерных реакторов-токамаков. Рассматриваются пути поэтапной реализации возможностей термоядерного синтеза, начиная с гибридных реакторов синтеза-деления. Библ. 13, ил. 1.

УДК 621.039.626

Б. Б. Кадомцев. Физика плазмы крупных токамаков. «Физика плазмы. Т. 6» (Итоги науки и техники, ВИНТИ АН СССР) М., 1985,

Обзор наиболее важных результатов по физике удержания тороидальной плазмы, полученных на «современных крупных токамаках». В кратком «Введении» продемонстрирован прогресс в повышении энергетического времени жизни в токамаках. В разделе «Нагрев плазмы» излагаются три основных, дополнительных к омическому, метода нагрева плазмы инжекцией нейтральных частиц с помощью изоброетенных в СССР гиротронов (СВЧ-нагрев на электронном циклотронном резонансе) и, наконец, ВЧ-нагрев на ионно-циклотронном резонансе. В третьем разделе «Удержание энергии и частиц плазмы» проводится анализ зависимости энергетического времени жизни плазмы от мощности нагрева и сделан вывод, что удержание достаточно для осуществления создания реактора. В последующих разделах кратко описана проблема предельного давления, управления примесями и длительного поддержания тока в плазме токамака. В «Заключении» отмечается необходимость более точных данных и прогнозов в отношении параметров плазмы в токамаках реакторных масштабов. Эти данные должны быть получены на самых крупных токамаках типа T-15. Библ. 23, ил. 22.

УДК 621.039.6

В. В. Орлов. Энергетический термоядерный реактор. «Физика плазмы. Т. 6» (Итоги науки и техники, ВИНТИ АН СССР) М., 1985,

Автор не ставил перед собой задачи дать в этой статье полный и объективный обзор идей и разработок по энергетическому термоядерному реактору. Статья отражает скорее субъективный взгляд автора на пути решения этой задачи, сложившийся в ходе разработок проекта опытного реактора токамака ОТР. Но и эта разработка находится еще в начальной стадии, на которой неизбежно существование разных точек зрения у ее участников, как неизбежно и изменение тех или иных решений в ходе дальнейшей работы.

Определенный вывод из проведенного изучения состоит в реальности создания энергетического термоядерного реактора уже на современной научной и технической базе. Библ. 14, ил. 1.

УДК 519.6:533.9.07

Л. М. Дегтярев, В. В. Дроздов, С. Ю. Медведев. Численное моделирование равновесия и устойчивости тороидальной плазмы. «Физика плазмы. Т. 6» (Итоги науки и техники, ВИНТИ АН СССР) М., 1985,

Обзор, состоящий из семи разделов, посвящен математическим моделям равновесия и устойчивости, численным методам и некоторым результатам расчетов тороидальной плазмы. Систематически обсуждены алгоритмы для двумерных задач равновесия, описываемых уравнением Грэда — Шафранова. Изложены современные направления развития методов расчета трехмерных равновесных конфигураций. Дан обзор методов расчета линейной устойчивости идеальных МГД-мод. Приведены анализ результатов расчетов на ЭВМ предельных значений β токамака и их интерпретация на языке законов подобия. Библ. 104, ил. 14.

О П Е Ч А Т К И

к ИНТ «Физика плазмы» т. 6, 1985 г.

Страница	Строка	Напечатано	Следует читать
35	12 св.	Пр-во P_i	Пр-во P_i
124	Рис. 7	Δ — для β^∞	$\textcircled{\Delta}$ — для β^∞
125	Рис. 10	Δ, Δ —	$\textcircled{\Delta}, \Delta$ —
129	Рис. 10	$1 - q_s \gg 1$;	$1 - q_s \gg 2$;

Зак. 7320